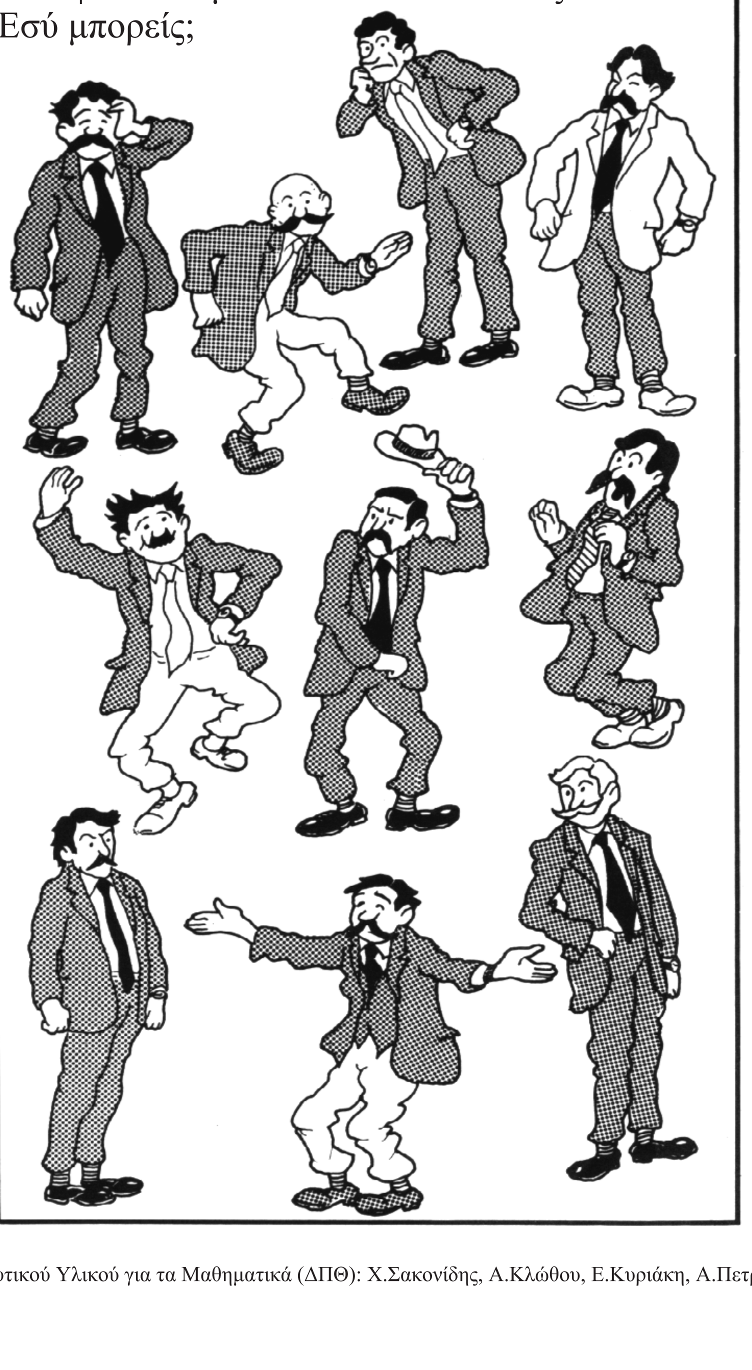
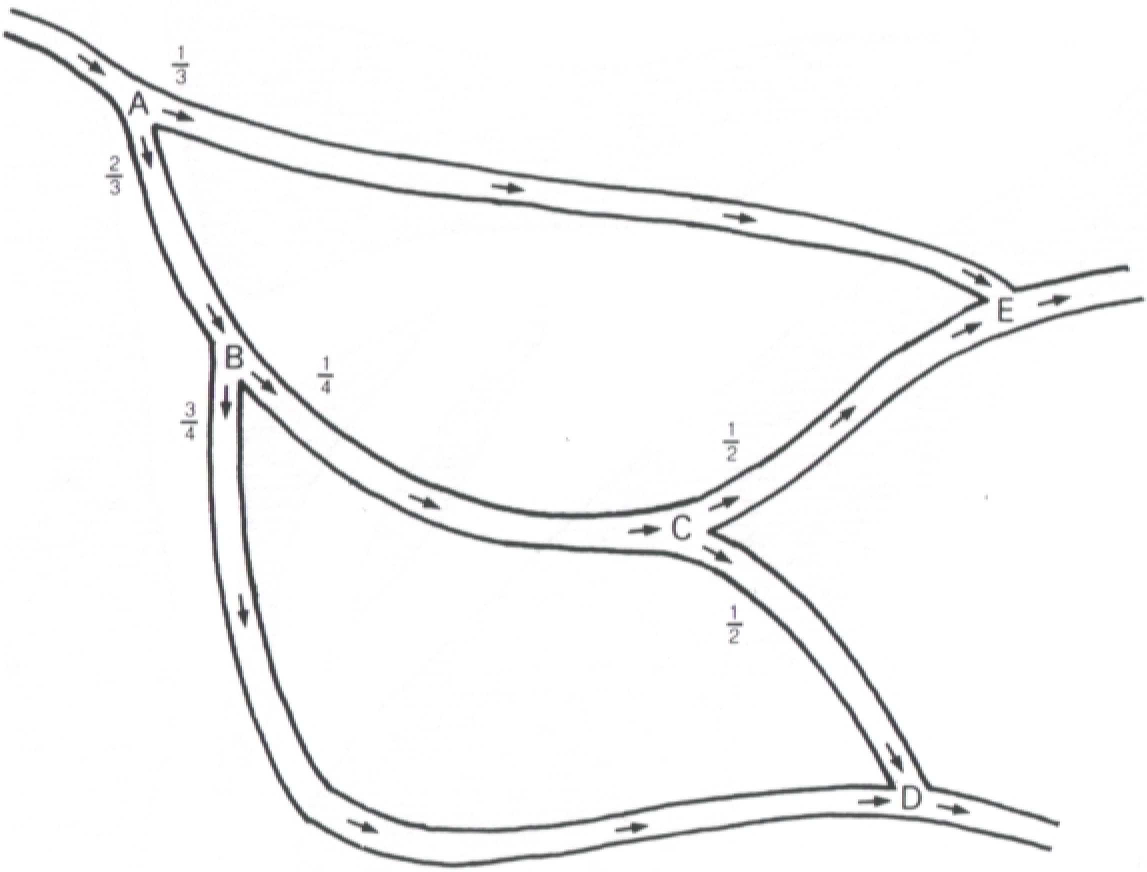
ΒΡΕΣ ΤΟ ΔΟΛΟΦΟΝΟ

Smile **1703**

Πριν πεθάνει, το θύμα πρόλαβε να δώσει στην αστυνομία μια καλή περιγραφή του δολοφόνου του. Η περιγραφή του ήταν η ακόλουθη: «Ήταν ένας άνδρας που φορούσε σκούρο σακάκι και μια απλή γραβάτα. Φορούσε ρολόι αλλά δεν φορούσε γιλέκο. Δεν είχε καπέλο αλλά είχε μουστάκι. Το μουστάκι του είχε το ίδιο σκούρο χρώμα με τα μαλλιά του και οι κάλτσες του ήταν ριγέ». Από αυτή την περιγραφή η αστυνομία μπόρεσε να αναγνωρίσει το δολοφόνο ανάμεσα σε δέκα υπόπτους.
Εσύ μπορείς;



Συνδυαστική πιθανότητα



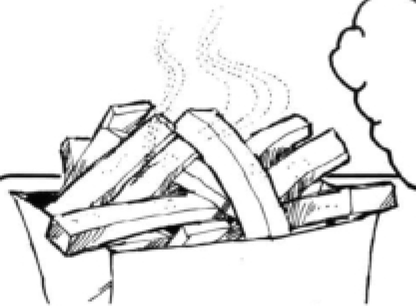
Στο οδικό δίκτυο που σου δίνεται, τα αυτοκίνητα ακολουθούν την κατεύθυνση που έχουν τα βέλη. Σε κάθε διασταύρωση, η κίνηση αναμένεται να κατανεμηθεί, όπως φαίνεται στο σχεδιάγραμμα. Κατά την απογευματινή ώρα αιχμής, 2400 αυτοκίνητα διέρχονται από το συγκεκριμένο οδικό δίκτυο.

1. Πόσα αυτοκίνητα θα έπαιρναν την αριστερή διακλάδωση στο σημείο C;

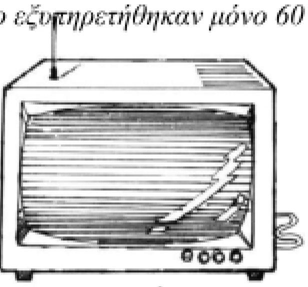
   Πόσα αυτοκίνητα αναμένεται να περάσουν από το σημείο E;

   Ποια είναι η πιθανότητα ένα αυτοκίνητο να περάσει από το σημείο D;

Σκέψου!!

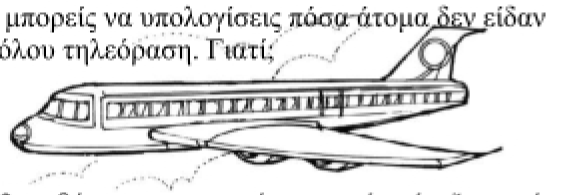


1. Μεταξύ 7 και 7.30 το βράδυ, σε κάποιο μαγαζί που πουλάει τηγανιτό ψάρι και πατάτες, 27 πελάτες αγόρασαν ψάρι, 53 πελάτες αγόρασαν πατάτες.
Για ποιο λόγο εξυπηρετήθηκαν μόνο 60 άτομα;

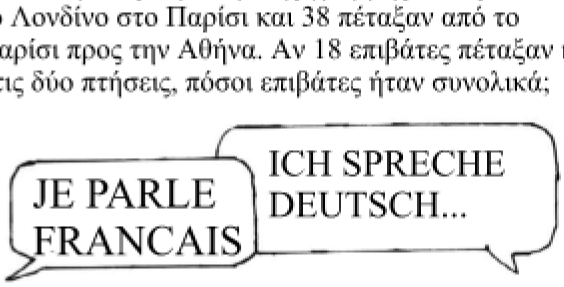


3. Έγινε μια έρευνα σχετικά με το ποια τηλεοπτικά κανάλια παρακολουθούσαν οι θεατές το προηγούμενο βράδυ.
Στα 100 άτομα που ρωτήθηκαν:
73 άτομα παρακολούθησαν τη NET,
67 άτομα παρακολούθησαν το MEGA και
47 άτομα παρακολούθησαν και τα δύο κανάλια

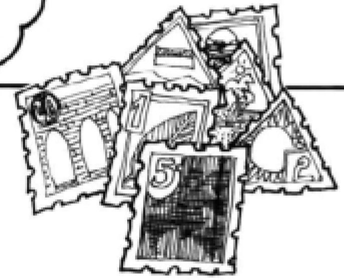
Πόσα άτομα δεν παρακολούθησαν κανένα από τα δύο κανάλια;
Δεν μπορείς να υπολογίσεις πόσα άτομα δεν είδαν καθόλου τηλεόραση. Γιατί;



5. 82 επιβάτες αεροπορικής γραμμής πέταξαν από το Λονδίνο στο Παρίσι και 38 πέταξαν από το Παρίσι προς την Αθήνα. Αν 18 επιβάτες πέταξαν και στις δύο πτήσεις, πόσοι επιβάτες ήταν συνολικά;



7. Σε μια μικρή πόλη στα Γαλλο-γερμανικά σύνορα το 64% του πληθυσμού μιλάει Γαλλικά, το 58% του πληθυσμού μιλάει Γερμανικά.
Τι ποσοστό του πληθυσμού μιλάει και γαλλικά και Γερμανικά;



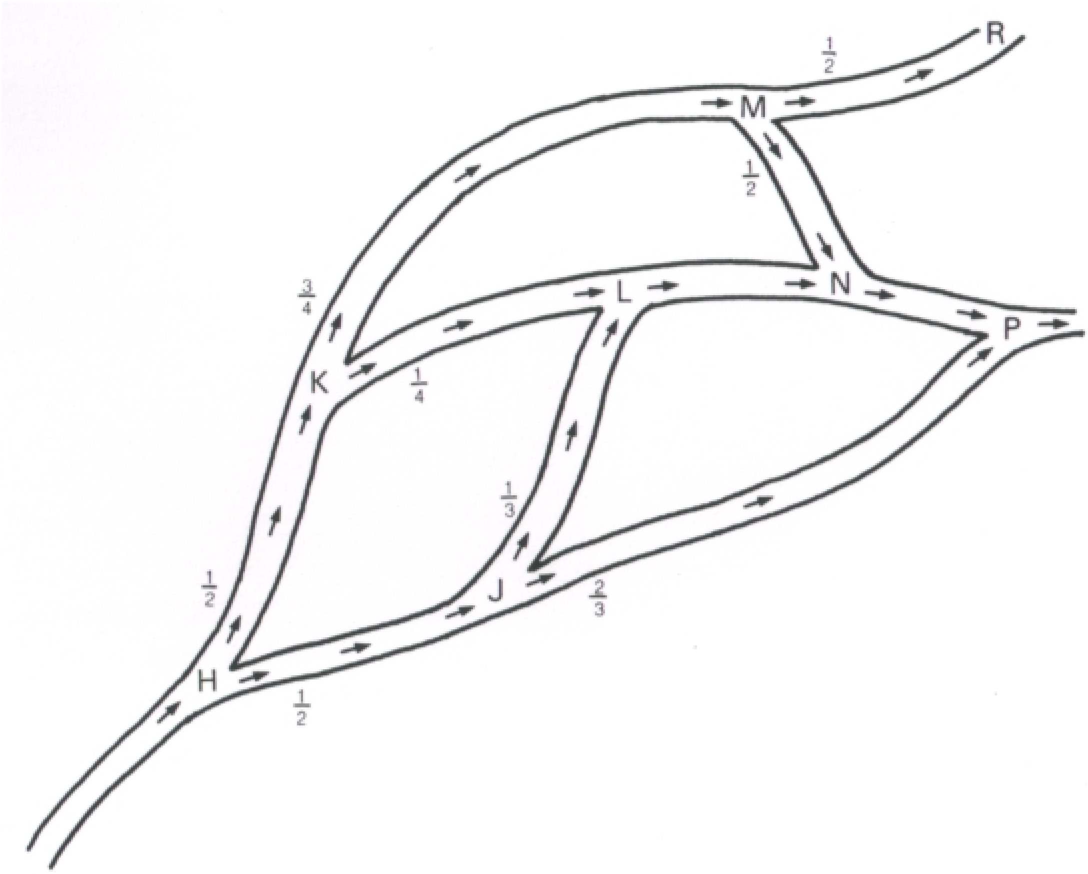
2. Η Σουζάνα αγόρασε ένα πακέτο που περιείχε μια συλλογή από 50 ξένα γραμματόσημα.
15 γραμματόσημα ήταν από την Ευρώπη.
11 γραμματόσημα ήταν τριγωνικά.
6 από τα ευρωπαϊκά γραμματόσημα ήταν τριγωνικά.
Πόσα τριγωνικά γραμματόσημα δεν ήταν Ευρωπαϊκά;
Πόσα Ευρωπαϊκά γραμματόσημα δεν ήταν τριγωνικά;

4. Ένας ιός μπορεί να εμφανιστεί με δύο διαφορετικές μορφές, οι οποίες προκαλούν δύο διαφορετικά συμπτώματα: πονοκέφαλο και καταρροή.
Στο ιατρείο του ένα πρωί ο γιατρός κ. Σμιθ εξέτασε 29 ασθενείς.
Οι 19 παραπονέθηκαν για καταρροή.
Οι 7 παραπονέθηκαν για πονοκέφαλο.
Πόσοι παραπονέθηκαν και για τα δύο συμπτώματα;

6. Ένα κουτί περιέχει 20 σοκολάτες γάλακτος. 10 από τις σοκολάτες έχουν τραγανή γέμιση αλλά μόνο 5 από τις σοκολάτες γάλακτος έχουν τραγανή γέμιση. Αν 7 από τις απλές σοκολάτες είχαν κρεμώδη γέμιση, πόσες σοκολάτες υπήρχαν στο κουτί;

8. Να δημιουργήσεις ένα δικό σου πρόβλημα και να ζητήσεις από τους φίλους σου να το λύσουν.

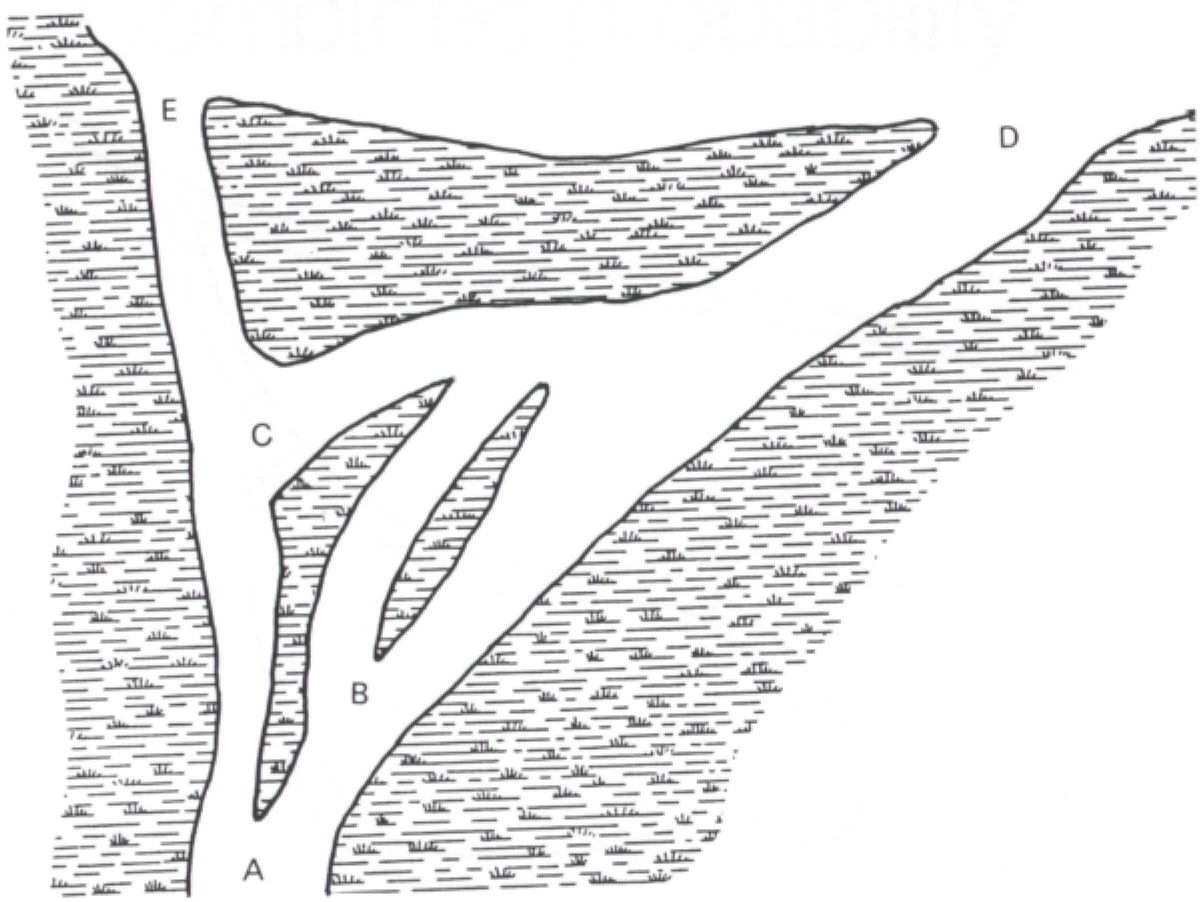
Smile **1704**



2. Ποια είναι η πιθανότητα ένα αυτοκίνητο να περάσει από το σημείο L;

Ποια είναι η πιθανότητα ένα αυτοκίνητο να περάσει από τα σημεία P ή R;

Smile **1704**

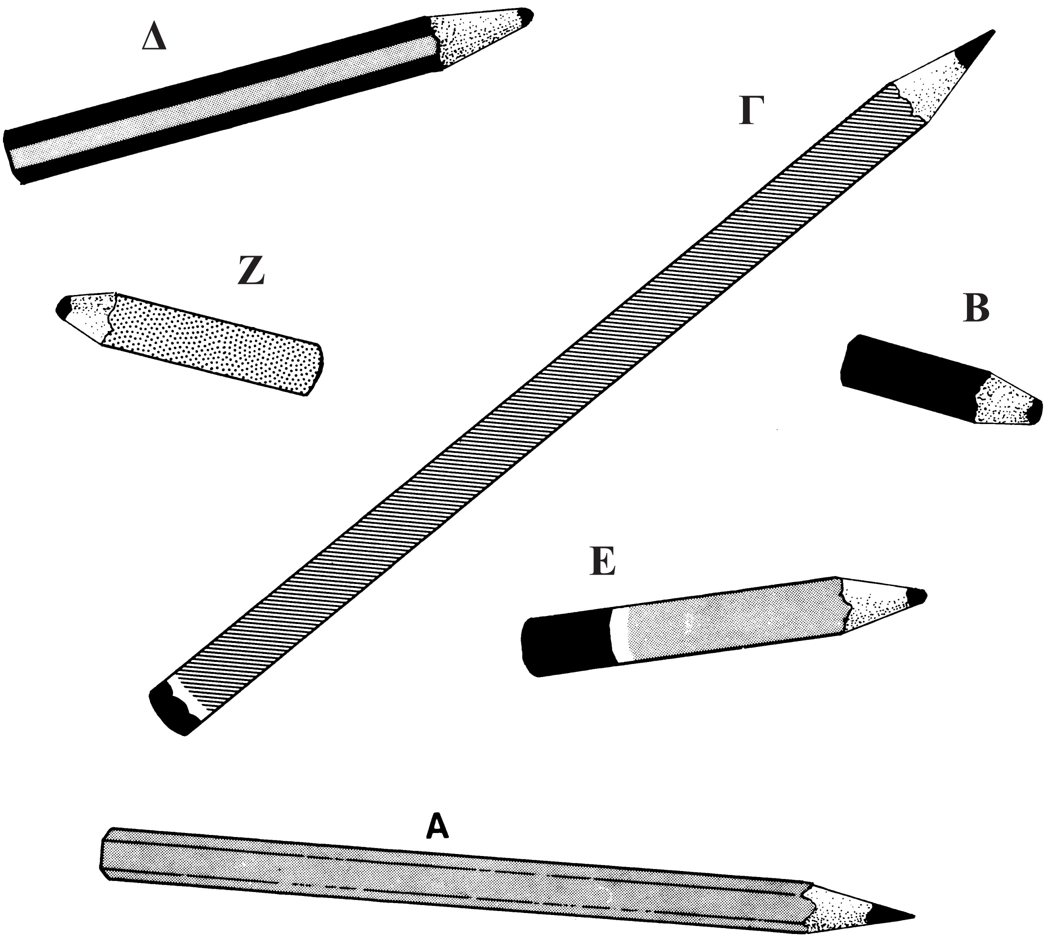


Στο συγκεκριμένο δέλτα ποταμού, στο σημείο Α, το $\frac{1}{5}$ του νερού του ποταμού πηγαίνει προς τα αριστερά. Το $\frac{1}{4}$ της ποσότητας του νερού που φτάνει στο σημείο Β ακολουθεί το αριστερό κανάλι, ενώ στο σημείο C το νερό μοιράζεται.

3. Ποια είναι η πιθανότητα ένα φύλλο που επιπλέει στο νερό ακολουθώντας την πορεία του ποταμού να περάσει στη θάλασσα από το σημείο D;

Μολύβια

Smile **1710**



1. Το μολύβι της Γκιουλσέρ έχει μήκος 4 εκ.
   Ποιο είναι το μολύβι της Γκιουλσέρ;

2. Το μολύβι του Χρήστου έχει διπλάσιο μήκος από αυτό της Γκιουλσέρ.
   Ποιο είναι το μολύβι του Χρήστου;

3. Το μολύβι της Κατερίνας έχει τριπλάσιο μήκος από αυτό της Γκιουλσέρ.
   Ποιο είναι το μολύβι της Κατερίνας;

4. Το μολύβι του Συμεών έχει το μισό μήκος από αυτό της Κατερίνας.
   Ποιο είναι το μολύβι του Συμεών;

5. Σε ποιον ανήκει το μολύβι που έχει το μισό μήκος από αυτό του Χρήστου;

6. Το πιο μικρό μολύβι ανήκει στη Χριστίνα. Ποιο ανήκει στο Νιζάμ;

7. Να περιγράψεις το μολύβι της Χριστίνας.

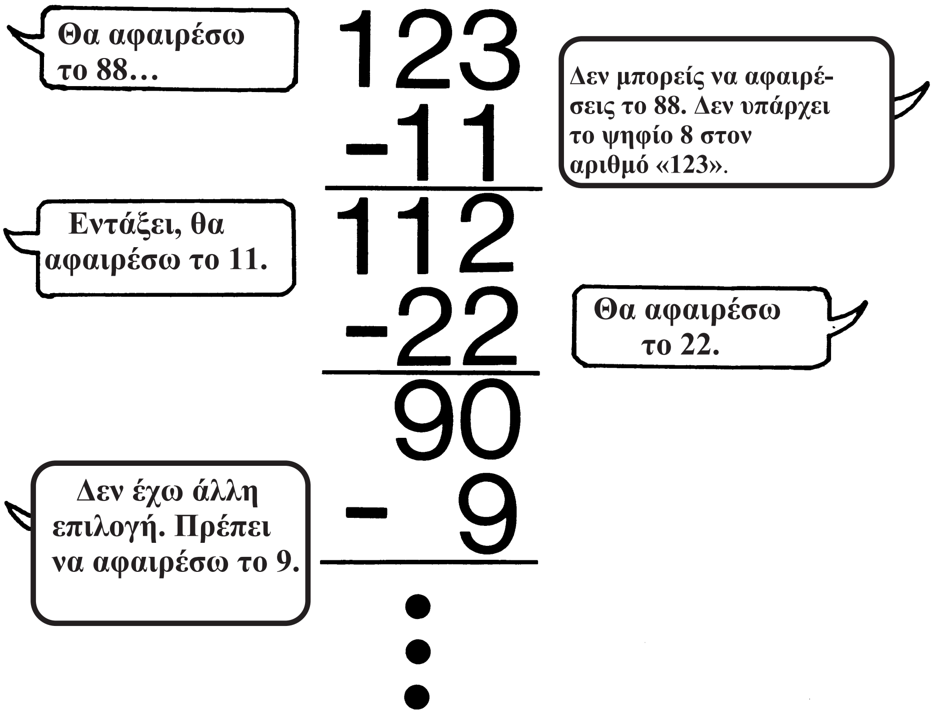
8. Τώρα, να περιγράψεις το μολύβι του Νιζάμ.

Smile **1713**

Υπό το μηδέν

- Ένα παιχνίδι για δύο παίκτες.

Ξεκινώντας με το 123, οι παίκτες αφαιρούν αριθμούς, ο καθένας με τη σειρά. Νικητής είναι αυτός που θα φτάσει πρώτος στο μηδέν.



Ο πρώτος παίκτης θα μπορούσε να επιλέξει το 33 ή το 2 ή το 111 ή… Οι αριθμοί που αφαιρούνται θα πρέπει να σχηματίζονται με **ένα** από τα ψηφία που έχει ο αριθμός της τελευταίας απάντησης.

Δεν επιτρέπεται να αφαιρέσεις το μηδέν.

Να παίξεις αυτό το παιχνίδι μερικές φορές. Προσπάθησε να ξεκινήσεις με διαφορετικούς αριθμούς.

2. Πόσες λίτρα σκληρής κόλλας
θα έφτιαχνε ο Δαυίδ;

Πρόβλημα Ε

Η Τζένη θέλει να στρώσει καινούργια πλακάκια στο δάπεδο της κουζίνας. Χρειάζεται 1 λίτρο αδύνατου διαλύματος (1 : 5), για να περάσει ένα πρώτο χέρι την επιφάνεια του μπετόν και 6 λίτρα συγκολλητικού διαλύματος (3 : 1) για το τσιμέντο για τα πλακάκια.

1. Πόση ποσότητα συγκολλητικής ουσίας
θα χρειαστεί;

2. Πόση ποσότητα συγκολλητικής ουσίας
θα αγοράσει;

Smile **1716**

Μείξεις συγκολλητικής ουσίας

Τα πέντε προβλήματα που υπάρχουν στο φυλλάδιο αυτό ασχολούνται με την παρασκευή μειγμάτων με καθορισμένη αναλογία χημικής ουσίας και νερού.

Συγκολλητικά Διαλύματα	Κατάλληλα για	Συγκολλητική ουσία	Νερό
Κόλλα κολλαρίσματος	κολλάρισμα υφασμάτων για στόρια κ.λπ.	1	20
Α	αστάρωμα πορώδους ή σκονισμένης επιφάνειας	1	5
Β	αστάρωμα για λουστραρισμένες επιφάνειες, για ταπετσαρίες, ασβεστωμένες επιφάνειες	1	1
Γ	ανάμειξη άμμου με τσιμέντο	3	1
Δ	ξύλο και κοντραπλακέ	5	1
Ε	τελική επίστρωση δύσκολων επιφανειών	Α διαλυτό	
αδιάλυτη αραιή τσιμεντολάσπη	2 μέρη άμμου, 1 μέρος τσιμέντο, 1 μέρος συγκολλητικής ουσίας και 1 μέρος νερό		

Μείγματα
Η συγκολλητική ουσία είναι ένα είδος κόλλας που χρησιμοποιείται τόσο στη βιομηχανία όσο και για δουλειές στο σπίτι.

Όταν είναι αδιάλυτη είναι μια δυνατή κόλλα για ξύλο, η οποία μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για φορμάϊκα και άλλα πλαστικά.

Στις διάφορες διαλυτές μορφές της μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το αστάρωμα επιφανειών από μπετόν (1 μέρος της : 5 μέρη νερό) ή να χρησιμοποιηθεί ως υδάτινη βάση για να γίνει ο σοβάς περισσότερο κολλώδης (3 : 1) ή να χρησιμοποιηθεί με τους τρόπους που παρουσιάζονται στον πίνακα.

Πρόβλημα Α
Η Κρίστι χρειάζεται 2 λίτρα διαλύματος Δ (5 : 1) για να κολλήσει μια επιφάνεια φορμάϊκας στον πάγκο της κουζίνας της.

5 λίτρα (δοχεία) συγκολλητικής ουσίας και 1 λίτρο νερό θα έδιναν το σωστό μείγμα αλλά η συγκεκριμένη διαδικασία θα ήταν πολυδάπανη.

1. Γιατί;

Για να παρασκευάσει 2 λίτρα μείγματος, η Κρίστι χρησιμοποιεί 1 1/3 λίτρο ουσίας και 1/3 του λίτρου νερό.

2. Θα μπορούσε η αναλογία 1 2/3 : 1/3 να δώσει το σωστό μείγμα;

3. Τι μέρος του μείγματος της Κρίστι είναι νερό;

Πρόβλημα Β
Ο Δαυίδ βάζει καινούργια πλακάκια γύρω από την μπανιέρα του. Πρώτα από όλα χρειάζεται να ασταρώσει την επιφάνεια του σοβά. Φτιάχνει 6 λίτρα του διαλύματος Α.

1. Πόσα λίτρα νερό χρησιμοποιεί;
2. Πόσα λίτρα συγκολλητικής ουσίας χρησιμοποιεί;
3. Τι μέρος του τελικού διαλύματος αποτελεί η συγκολλητική ουσία;

Ο Δαυίδ τελικά βλέπει ότι χρειάζεται λιγότερο από τη μισή ποσότητα του συγκεκριμένου μείγματος.

4. Τι ποσότητες νερού και συγκολλητικής ουσίας θα μπορούσαν να δώσουν μια ποσότητα ίση με 3 λίτρα διαλύματος Α;

Πρόβλημα Γ
Ο Δαυίδ χρειάζεται να φτιάξει ένα μείγμα από συγκολλητική ουσία και νερό, για να τοποθετήσει πλακάκια στον τοίχο γύρω - γύρω. Το διάλυμα Γ φαίνεται κατάλληλο για αυτήν την εργασία.
Ο Δαυίδ πιστεύει ότι 3 λίτρα του διαλύματος Γ θα είναι αρκετά.

1. Πόσο νερό και πόση συγκολλητική ουσία θα δώσουν 3 λίτρα διαλύματος Γ;

Πρόβλημα Δ
Του Δαυίδ του περίσσεψαν 3 λίτρα διαλύματος Α.

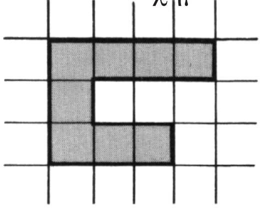
1. Πόσο νερό πρέπει να προσθέσει σε αυτό, ώστε να το μετατρέψει σε σκληρή κόλλα για στόρια για το μπάνιο;

Γύρισε σελίδα

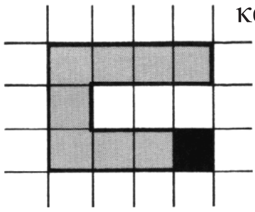
ΠΡΟΣΘΕΣΕ ΕΝΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ

Smile **1717**

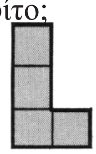
Αυτό το σχήμα είναι περίπου συμμετρικό.

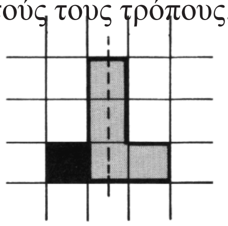


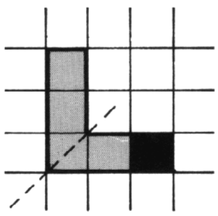
Προσθέτοντας ένα τετράγωνο, μπορούμε να το κάνουμε συμμετρικό.



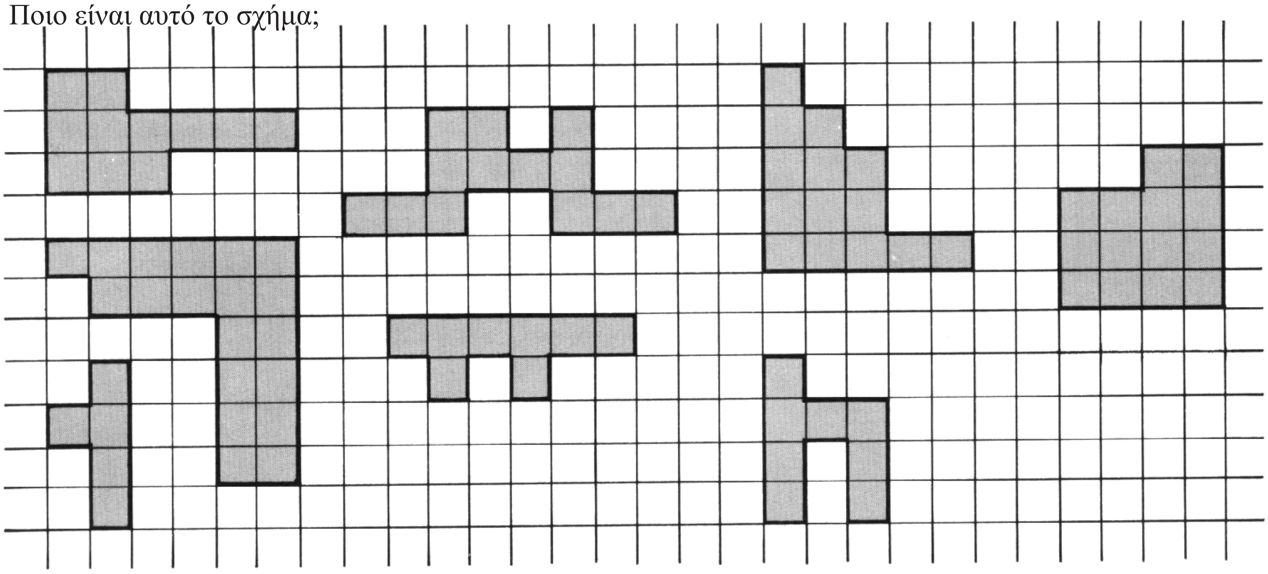
Υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τρόποι για να γίνει αυτό το σχήμα συμμετρικό.
Τα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζουν δύο από αυτούς τους τρόπους.
Μπορείς να βρεις τον τρίτο;



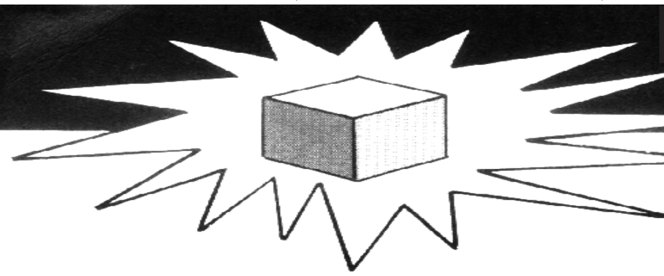




Να προσθέσεις ένα τετράγωνο στο καθένα από αυτά, για να κάνεις συμμετρικά κάθε φορά σχήματα.
Να χαράξεις τον άξονα συμμετρίας κατά περίπτωση. Υπάρχουν τρεις διαφορετικές λύσεις για ένα από τα σχήματα.
Ποιο είναι αυτό το σχήμα;



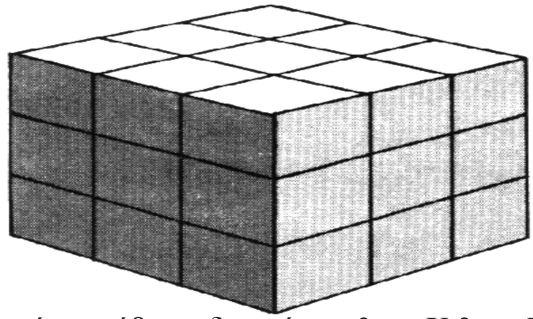
Μπορείς να κάνεις αυτά τα σχήματα συμμετρικά αφαιρώντας ένα τετράγωνο;



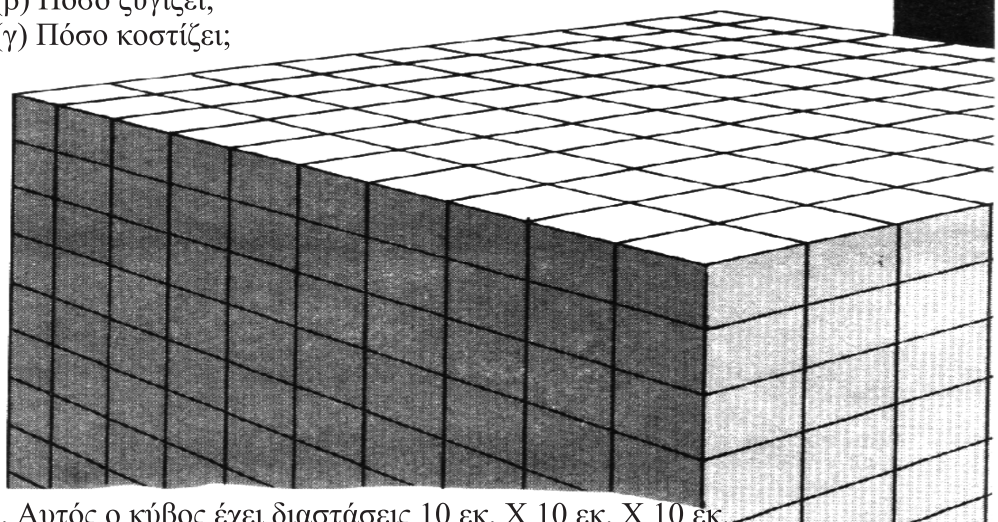
Θα χρειαστείς μερικά κυβάκια 1 εκ. X 1 εκ. X 1 εκ. και ένα κομπιουτεράκι.

Έκπληξη με κυβάκια

Μερικά στοιχεία ενός κύβου με ακμή ενός εκατοστού:
Οι διαστάσεις του είναι 1 εκ. X 1 εκ. X 1 εκ.
Το βάρος του είναι 1 γραμμάριο.
Κοστίζει περίπου 20 λεπτά.



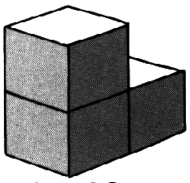
1. Να φτιάξεις έναν κύβο με διαστάσεις 3 εκ. X 3 εκ. X 3 εκ.
(α) Πόσα κυβάκια με ακμή 1 εκ. θα χρειαστείς για να τον κατασκευάσεις;
(β) Πόσο ζυγίζει;
(γ) Πόσο κοστίζει;



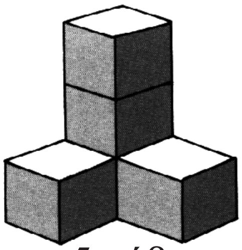
2. Αυτός ο κύβος έχει διαστάσεις 10 εκ. X 10 εκ. X 10 εκ.
Πόσα κυβάκια με ακμή ενός εκατοστού θα χρειαστείς για να τον κατασκευάσεις;
(α) Ποιο είναι το βάρος του σε γραμμάρια; (β) σε κιλά;
(γ) Πόσο κοστίζει;
3. Φαντάσου ότι έχεις κατασκευάσει έναν κύβο με διαστάσεις 1 μ. X 1 μ. X 1 μ.
(α) Πόσο χρόνο θα χρειαστείς για να τον κατασκευάσεις;
(β) Θα μπορέσεις να τον σηκώσεις;
(γ) Μπορεί το σχολείο σου να πληρώσει τα έξοδα κατασκευής;

Smile **1722**

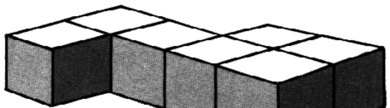
Πόσοι κύβοι;



3 κύβοι

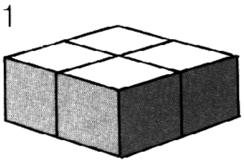


5 κύβοι

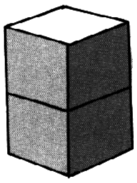


7 κύβοι

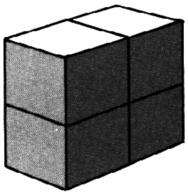
1



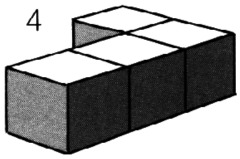
2



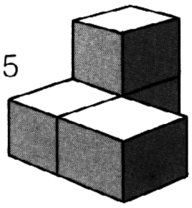
3



4

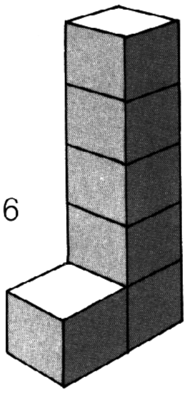


5

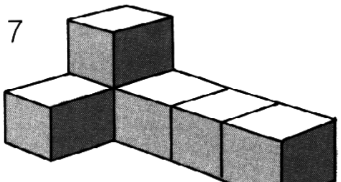


Να κατασκευάσεις καθένα από αυτά τα στερεά σώματα.
Πόσους κύβους χρησιμοποίησες;

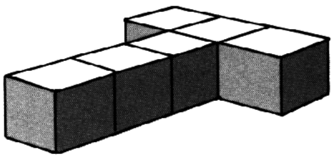
6



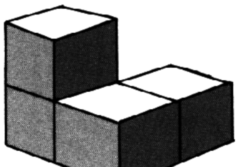
7



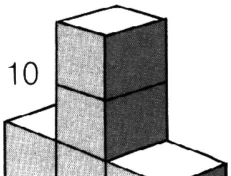
8



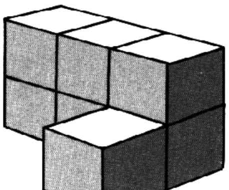
9



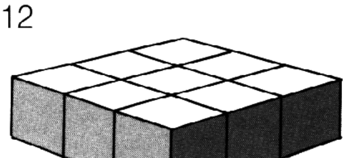
10



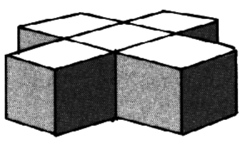
11



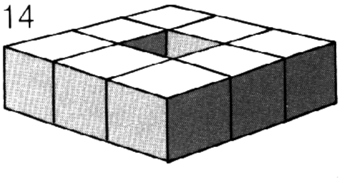
12



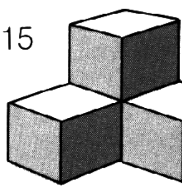
13



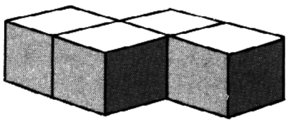
14



15



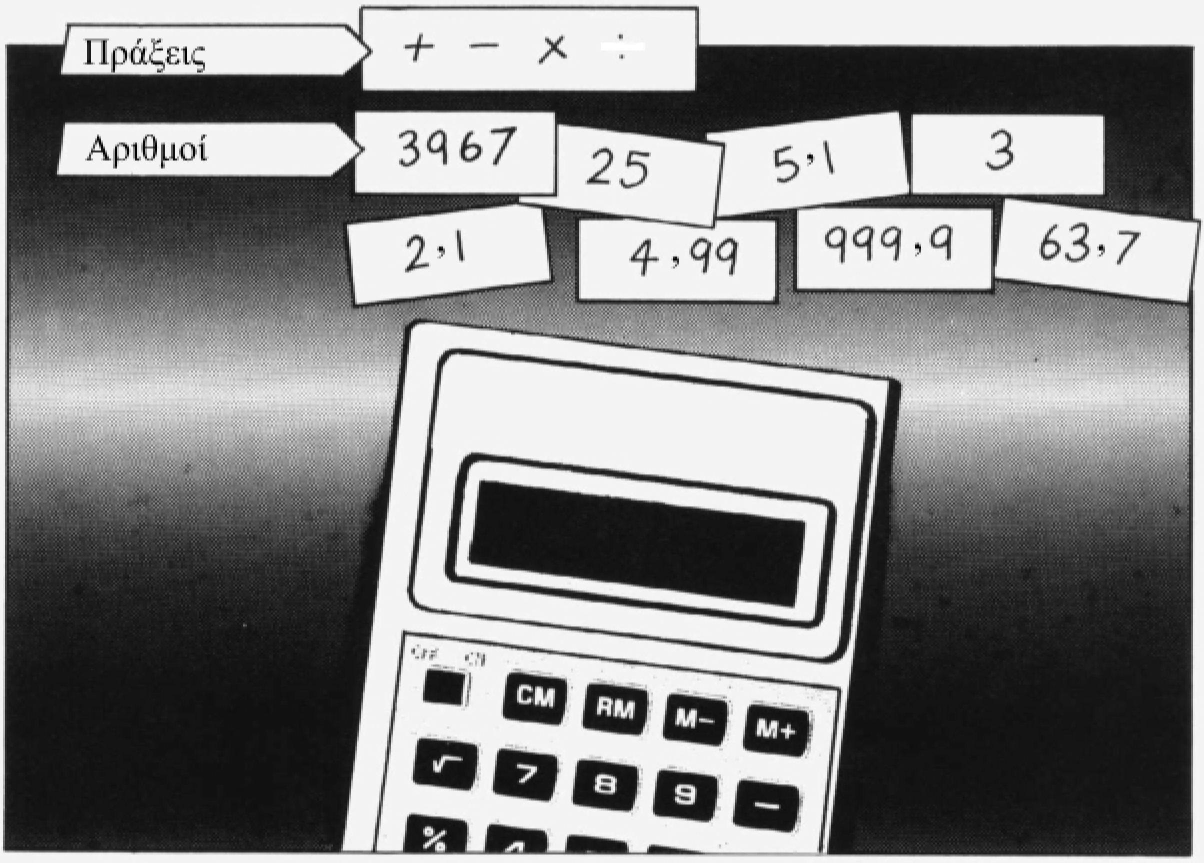
16



Προσέγγιση

Smile **1723**

Ένα παιχνίδι για 2-3 παίκτες με μια αριθμομηχανή ανάμεσά τους.



Ένας παίκτης διαλέγει δύο αριθμούς και ένας άλλος μια πράξη.

Αυτό οδηγεί σε έναν υπολογισμό,

π.χ. 2 5 ÷ 5 · 1

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να δοθεί μια όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση της απάντησης.

Κάθε παίκτης πρέπει να σημειώσει σε πέντε δευτερόλεπτα από τη στιγμή που ορίστηκε ο υπολογισμός μια προσέγγιση του αποτελέσματος.
Η απάντηση, η οποία είναι πιο κοντά στο αποτέλεσμα που δίνει η αριθμομηχανή κερδίζει έναν πόντο.

Νικητής είναι ο παίκτης που θα φθάσει πρώτος το σκορ των 10 πόντων.

Διαίρεση ψηφίων

Smile **1724**

Κοίταξε τον αριθμό → **38125**

Όλα τα ψηφία είναι διαφορετικά.
Το πρώτο ψηφίο → 3 μπορεί να διαιρεθεί ακριβώς με το 1
Τα πρώτα δύο ψηφία → 38 μπορούν να διαιρεθούν ακριβώς με το 2
Τα πρώτα τρία ψηφία → 381 μπορούν να διαιρεθούν ακριβώς με το 3
Τα πρώτα τέσσερα ψηφία → 3812 διαιρούνται ακριβώς με το 4
Τα πρώτα πέντε ψηφία → 38125 μπορούν να διαιρεθούν ακριβώς με το 5

Μπορείς να σχηματίσεις έναν αριθμό σαν αυτόν που να αρχίζει από 7, με όλα του τα ψηφία διαφορετικά;
Ζήτησε από ένα φίλο σου να ελέγξει την απάντησή σου.

Μπορείς να σχηματίσεις έναν εξαψήφιο αριθμό σαν αυτόν;

Έναν επταψήφιο;

Σημείωση:
Είναι δυνατόν να σχηματίσεις έναν 9ψήφιο αριθμό σαν αυτόν.
Υπάρχει μόνο μία σωστή απάντηση (μοναδική λύση).

Θα χρειαστείτε κόκκινα και μπλε πούλια και μια αριθμομηχανή.

Smile **1725**

Το πλησιέστερο γινόμενο

Ένα παιχνίδι για δύο παίκτες.

(1) Με τη σειρά, να διαλέξετε δύο αριθμούς από τον πίνακα. Να πολλαπλασιάσετε τους αριθμούς στην αριθμομηχανή σας.

Μπορείτε να επιλέξετε από εδώ:

7	29	11
19	3	41
61	53	21

(2) Να καλύψετε το γινόμενο με ένα πούλι στον παρακάτω πίνακα.

(3) Ο πρώτος παίκτης που καλύπτει τέσσερις αριθμούς σε ευθεία κερδίζει.

427	1113	87	671	231	63
779	133	1007	203	609	1281
57	209	1537	2173	123	551
399	1189	2501	1769	451	77
319	147	159	3233	861	183
21	583	287	1159	33	371

Διαιρώντας ζεύγη

Smile **1726**

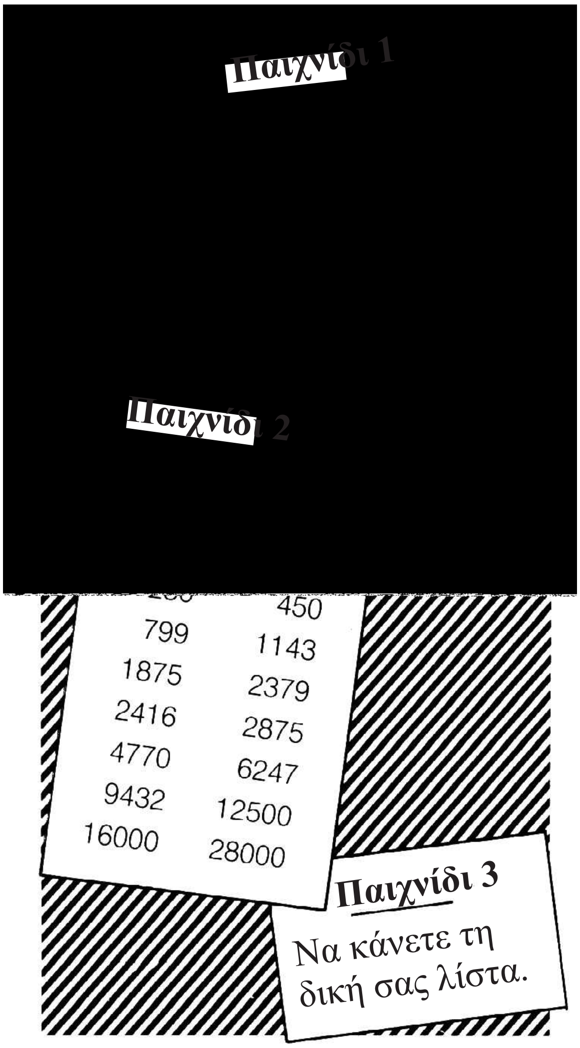
Παιχνίδια για δύο παίκτες.

Κάθε παίκτης με τη σειρά παίρνει δύο αριθμούς από τη λίστα.
Για να βρεις το σκορ σου, διαίρεσε τον έναν αριθμό με τον άλλο.

Η απάντησή σου	**Σκορ**
Μεταξύ 0 και 1	1 πόντος
Μεταξύ 1 και 10	2 πόντοι
Μεταξύ 10 και 100	3 πόντοι
Πάνω από 100	1 πόντος

Να συνεχίσετε μέχρι να χρησιμοποιήσετε όλους τους αριθμούς.
Κερδίζει όποιος συγκεντρώσει τους περισσότερους πόντους.

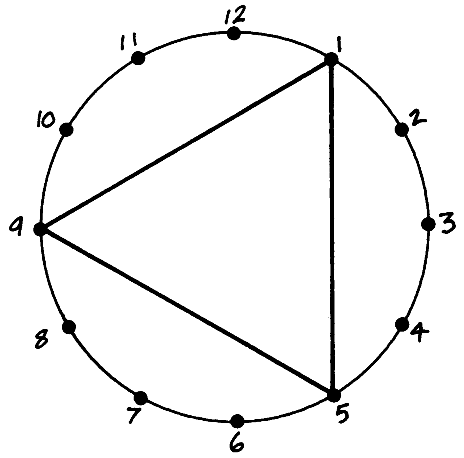
Να παίξετε τρία διαφορετικά παιχνίδια:



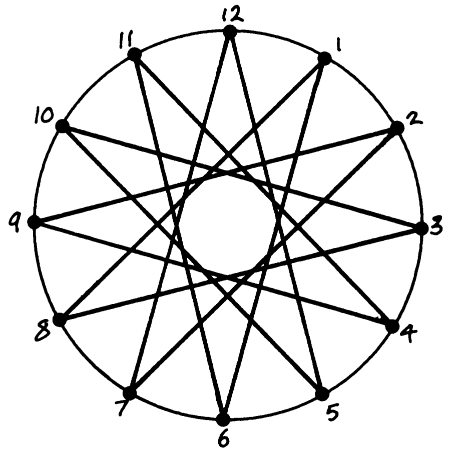
ΠΙΛΟΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ (ΑΠΘ-ΕΠΕΑΕΚ Ι) Επ. Υπεύθυνη: Καθ. Τζέλα Βαρνάβα-Σκούρα
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠ/ΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2002-04 (ΠΑΝ/ΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ-ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ) Επ. Υπεύθυνη: Καθ. Α. Φραγκουδάκη (αξιοποίηση)

Θα χρειαστείς έναν κύκλο χωρισμένο σε 12 ίσα μέρη και μερικούς άλλους κύκλους, επίσης.

Κύκλοι με σημεία

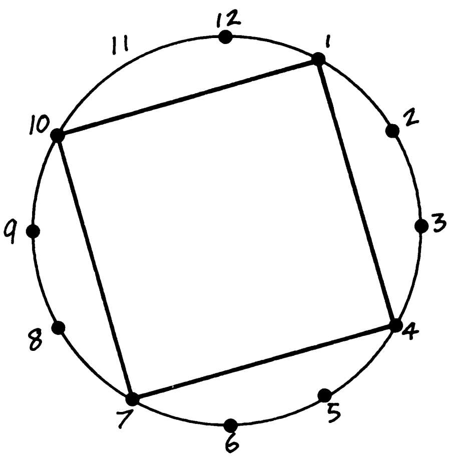


Να ξεκινήσεις από το 1 στο καντράν ενός ρολογιού. Να προσθέσεις 4 και να συνεχίσεις μέχρι να επιστρέψεις στο 1.
Θα πρέπει να έχεις σχηματίσει ένα τρίγωνο.
Χρησιμοποιήθηκαν 3 σημεία.



Να ξεκινήσεις από το 1 στο ίδιο καντράν.

Να προσθέσεις 5. Χρησιμοποιήθηκαν 12 σημεία.



Να ξεκινήσεις από το 1. Να προσθέσεις 9.
Θα πρέπει να έχεις σχηματίσει ένα τετράγωνο.
Χρησιμοποιήθηκαν 4 σημεία.

Να διερευνήσεις τι συμβαίνει όταν προσθέτεις 1, 2, 3 κ.λπ., ξεκινώντας από το 1 στο καντράν ενός ρολογιού.
Να μελετήσεις τους κανόνες που ισχύουν σε άλλους κύκλους, π.χ. σε έναν κύκλο χωρισμένο σε 8 ίσα μέρη.

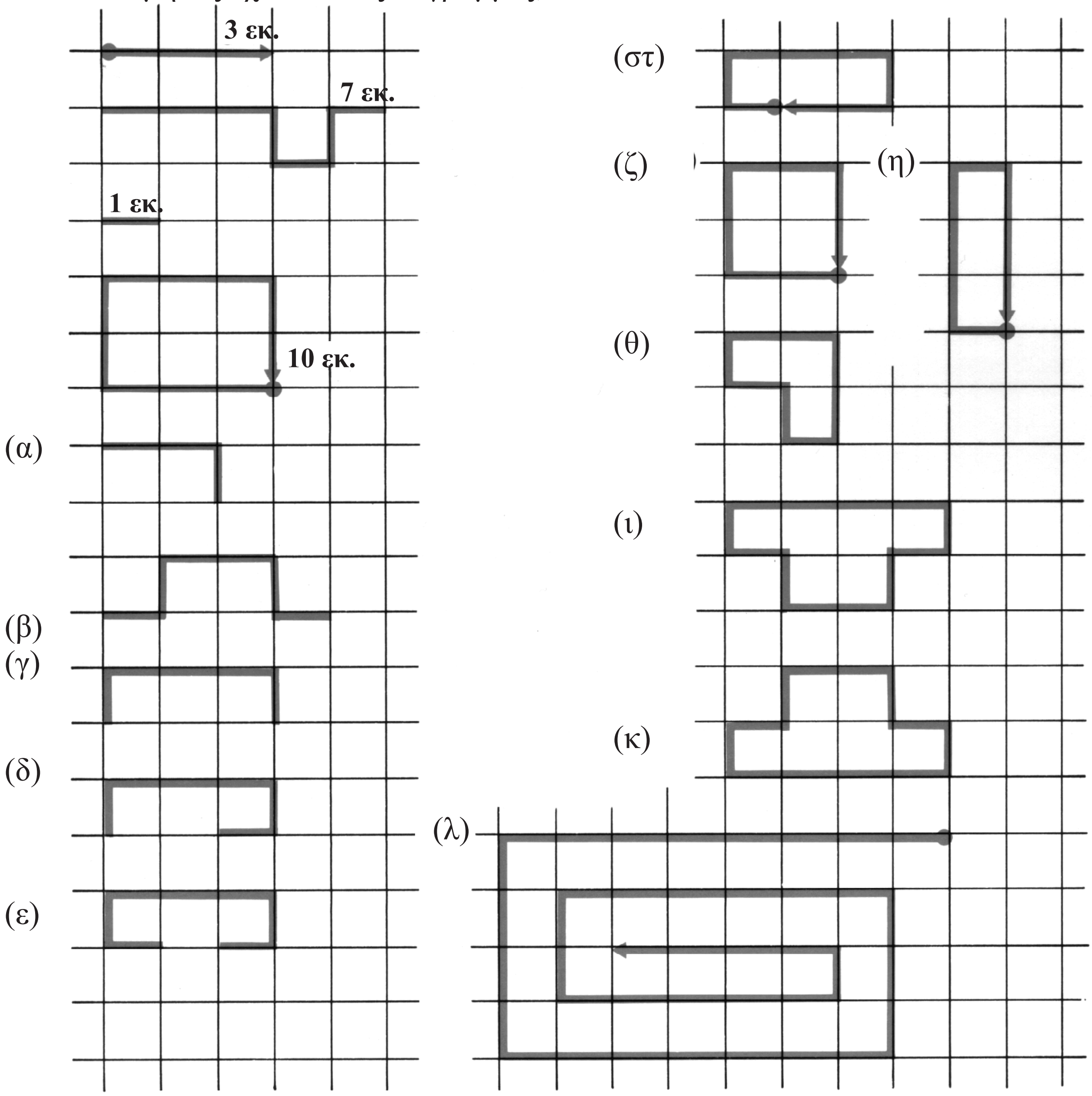
Να αναφέρεις γραπτά τα αποτελέσματά σου και να περιγράψεις τις κανονικότητες που αναγνωρίζεις.

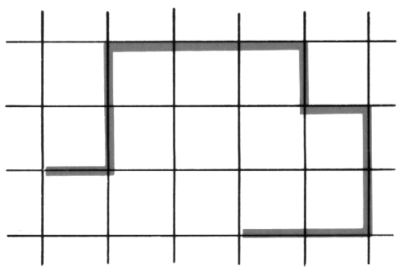
Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Ε.Κυριάκη, Α.Νιζάμ

ΕΚΑΤΟΣΤΟΜΕΤΡΑ

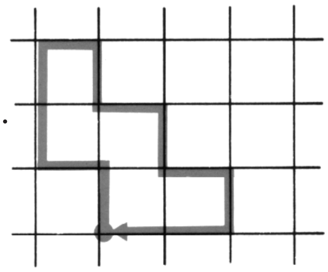
Smile **1735**

1. Πόσο μήκος έχουν αυτές οι γραμμές;





Αυτή η γραμμή είναι 12 εκ.
...το ίδιο και αυτή η γραμμή.



2. Να σχεδιάσεις ακόμα 5 γραμμές με μήκος 12 εκ.

Ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις είναι πάντοτε μεταξύ τους ίσες;
Να εξηγήσεις γιατί.

$\frac{1}{2}a + b$

$\frac{b}{2} + \frac{a}{2}$

$\frac{1}{2}(a+b)$

$\frac{a+b}{2}$

$a + \frac{1}{2}b$

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$

$\frac{a}{2} + b$

$\frac{b}{2} + a$

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ "ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2005-07"
(Πανεπιστήμιο Αθηνών/ΥΠΕΠΘ)
Επιστημονικά Υπεύθυνη: Καθηγήτρια Άννα Φραγκουδάκη

Smile **1736**

Αλγεβρικά ζεύγη

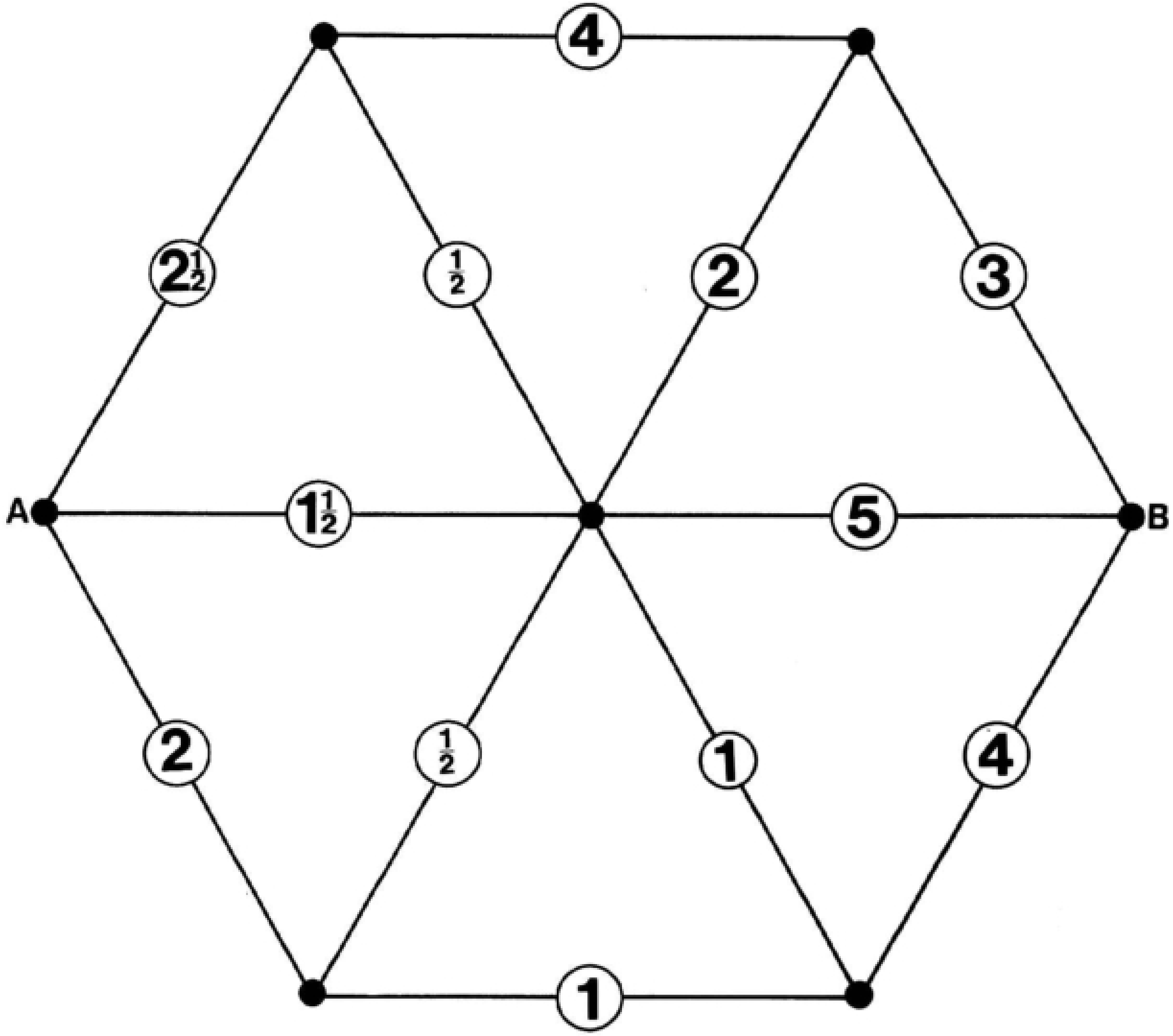
Αυτό το φυλλάδιο θα σε βοηθήσει να κατανοήσεις τη σημασία μερικών αλγεβρικών παραστάσεων.

Είναι πιθανό να θελήσεις να αντικαταστήσεις με αριθμούς ορισμένες από τις μεταβλητές των αλγεβρικών παραστάσεων. Ο σχεδιασμός των γραφικών τους παραστάσεων μπορεί να σε βοηθήσει στην καλύτερη κατανόηση της εργασίας.

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Α.Νιζάμ

Smile **1737**

Η πορεία του έξι



Κανόνες

1. Μπορείς να κινηθείς κατά μήκος οποιασδήποτε γραμμής.

2. Κάθε φορά πρέπει να πολλαπλασιάζεις με τον αριθμό που συναντάς.

Πόσες διαδρομές μπορείς να βρεις από το σημείο Α μέχρι το σημείο Β, που να δίνουν γινόμενο 6;

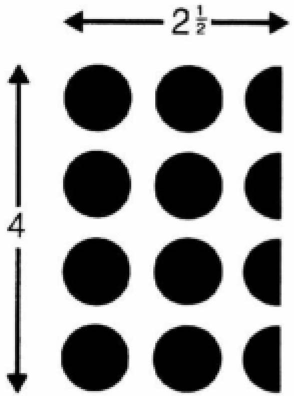
Η διαδρομή στο πάνω μέρος του εξαγώνου θα ήταν ανεπιτυχής γιατί:

$$2\tfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = 30$$

Στην επόμενη σελίδα υπάρχουν δύο υποδείξεις για τον πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

Υποδείξεις

Smile **1737**



$4 \times 2\frac{1}{2} =$;

Το μισό του 2 είναι ■

Το μισό του $\frac{1}{2}$ είναι ■

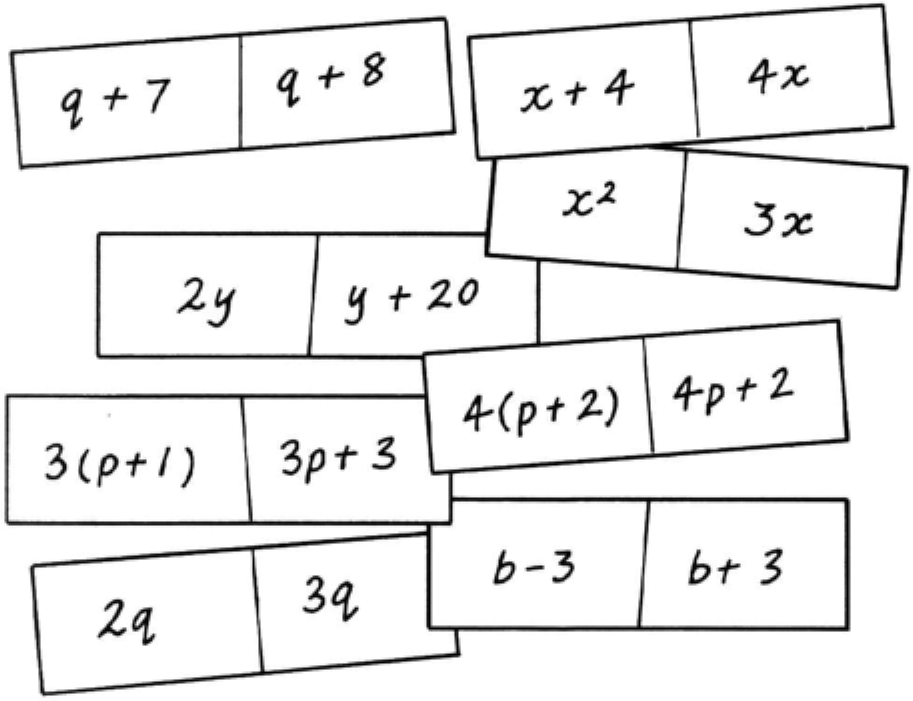
Έτσι, το μισό του $2\frac{1}{2}$ είναι ■

$\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} =$;

Για κάθε ζεύγος παραστάσεων να βρεις την τιμή του αγνώστου για την οποία οι δύο παραστάσεις είναι ίσες.

Ίσως υπάρχουν πολλές πιθανές απαντήσεις …….ή μόνο μία απάντηση…..ή καμία απολύτως απάντηση.

Να σημειώσεις τις απαντήσεις που θα βρεις.



Να βρεις ένα άλλο ζεύγος αλγεβρικών παραστάσεων που είναι μεταξύ τους ίσες για μία μόνο τιμή του x.

Να βρεις ένα άλλο ζεύγος παραστάσεων που είναι μεταξύ τους ίσες για δύο τιμές του x.

Να βρεις ένα άλλο ζεύγος παραστάσεων που δεν είναι ποτέ ίσες μεταξύ τους.

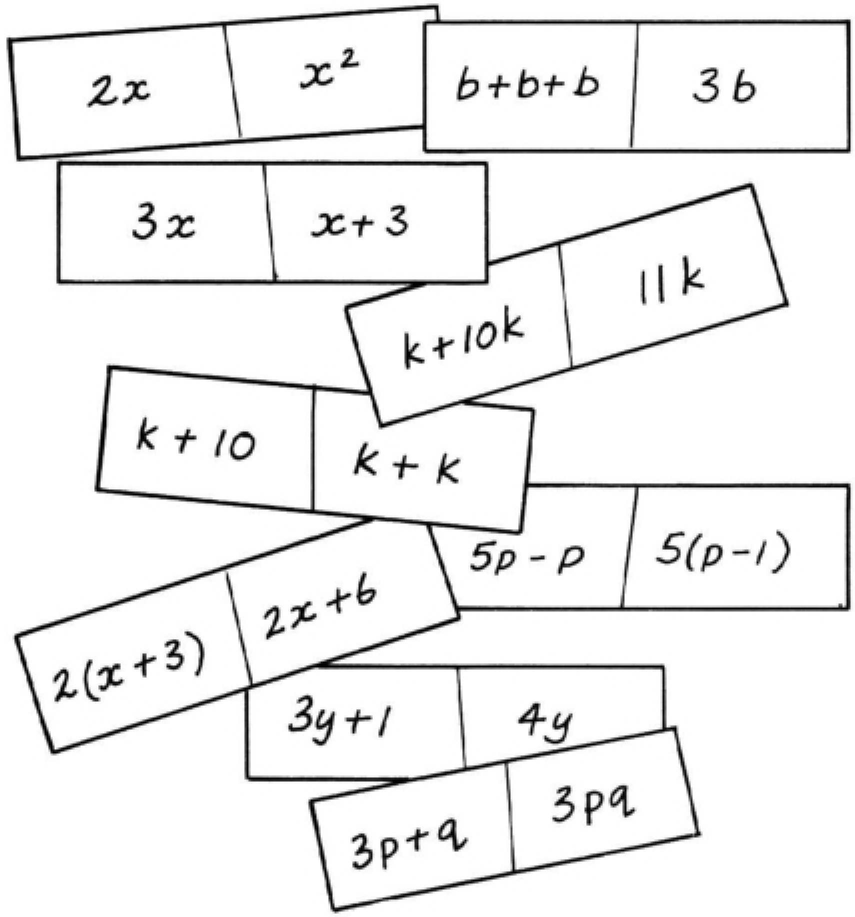
Να βρεις ένα ζεύγος παραστάσεων που είναι πιθανό να είναι μεταξύ τους ίσες για όλες τις τιμές του x.

Για κάθε ζεύγος παραστάσεων, να αποφασίσεις αν είναι μεταξύ τους

Smile **1736**

- Πάντα ίσες
- Μερικές φορές ίσες
- Ποτέ ίσες

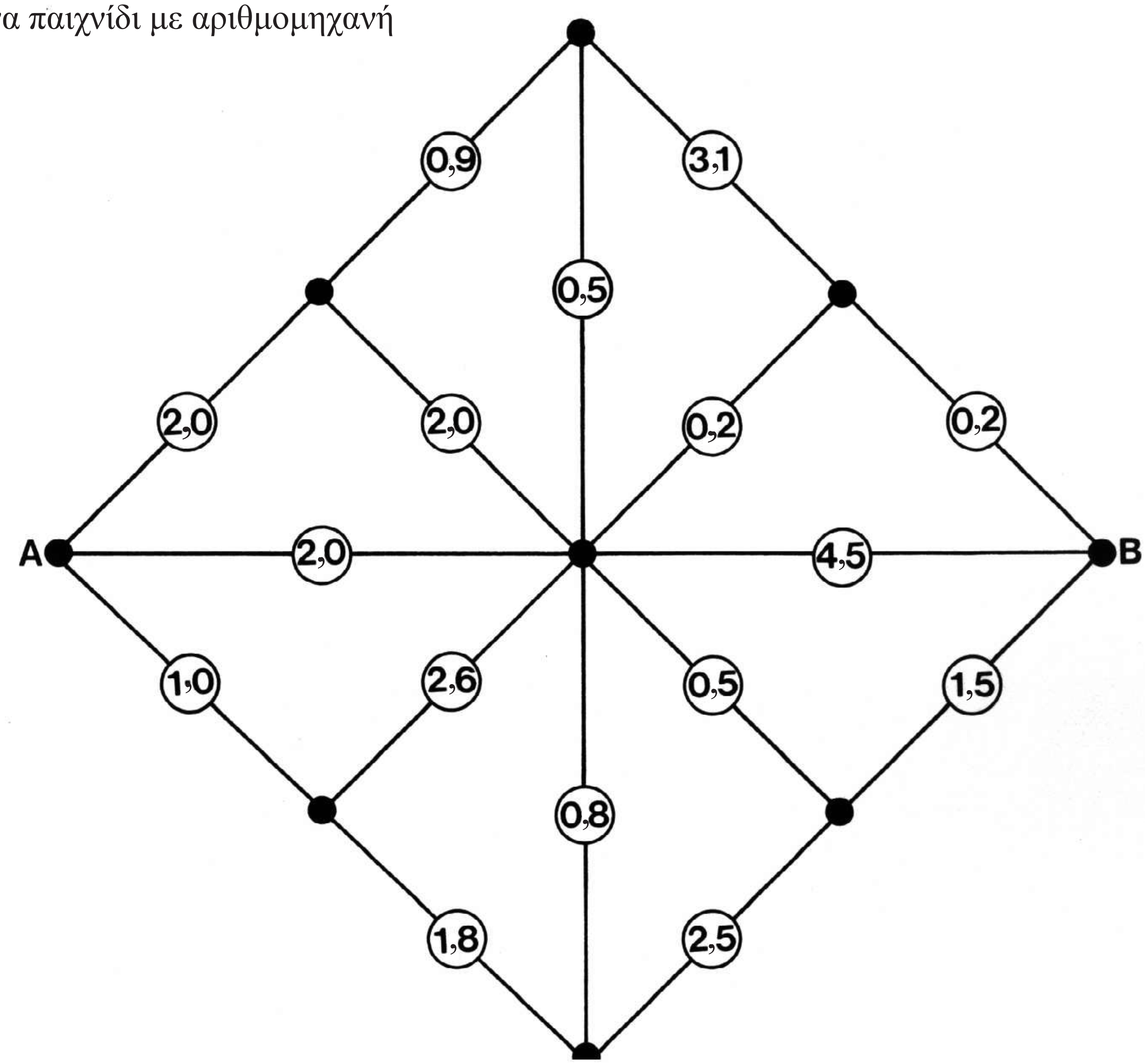
Να βρεις ένα ζεύγος παραστάσεων που είναι πάντα (για κάθε τιμή του αγνώστου) ίσες μεταξύ τους.
Να βρεις ένα ζεύγος παραστάσεων που είναι μερικές φορές (για μερικές τιμές του αγνώστου) ίσες μεταξύ τους.



Smile **1738**

Λαβύρινθος υπολογισμών

Ένα παιχνίδι με αριθμομηχανή



Στόχος του παιχνιδιού είναι να βρεις τις διαδρομές από το σημείο Α προς το σημείο Β. Κερδίζεις πολλούς πόντους για πολύ μεγάλο ή πολύ μικρό γινόμενο αριθμών.

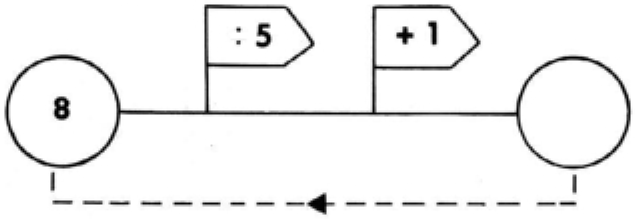
Οι παίκτες, με τη σειρά, βρίσκουν μια διαδρομή, γράφουν τους αριθμούς και υπολογίζουν το γινόμενό τους.
Π.χ. 1,0 x2,6 x 0,2 x 0,2 = 0,104
το οποίο κερδίζει 5 πόντους.

Αποτελέσματα	
Λιγότερο από 0,1	10 βαθμοί
Μεταξύ 0,1 και 1	5 βαθμοί
Μεταξύ 1 και 10	2 βαθμοί
Μεταξύ 10 και 20	5 βαθμοί
Περισσότερο από 20	10 βαθμοί

Κάθε πορεία πρέπει να είναι διαφορετική και να μην περνάει από τα ίδια σημεία πάνω από μία φορά.

Smile **1739**

Πάλι και πάλι



Να ξεκινήσεις από το 8, να το διαιρέσεις με το 5 και να προσθέσεις 1.
Η απάντηση είναι 2,6.

Να ξεκινήσεις από το 2,6, να διαιρέσεις με το 5 και να προσθέσεις 1.
Η απάντηση είναι 1,52.

Να ξεκινήσεις από το 1,52, να διαιρέσεις με το 5 και να προσθέσεις 1.
Η απάντηση είναι…..

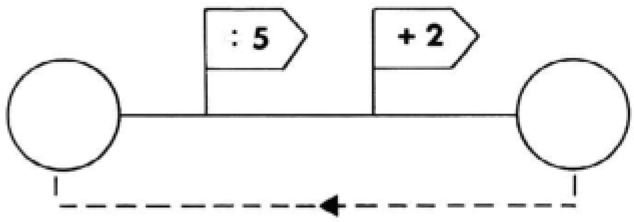
Κάθε φορά που επαναλαμβάνεις τη διαδικασία πρέπει να ξεκινάς από το προηγούμενο αποτέλεσμα.

8
2,6
1,52
.
.
.

Τι συμβαίνει όταν επαναλαμβάνεις τη διαδικασία ξανά και ξανά;

Τι συμβαίνει όταν ξεκινάς την όλη διαδικασία από το 6 ή το 2 ή…..;

Τι συμβαίνει όταν αλλάξεις τους αριθμούς στα σημαιάκια;



Γύρισε τη σελίδα, αν χρειαστείς βοήθεια στην τελευταία ερώτηση.

Ο κατάλογος που ακολουθεί συμπεριλαμβάνει χρήσιμες πληροφορίες που θα σε βοηθήσουν στις διάφορες έρευνές σου:

…..να εργαστείς συστηματικά,

…… να αλλάξεις τον αριθμό στο ένα από τα σημαιάκια και να διατηρήσεις τον άλλο αριθμό σταθερό,

…..να καταγράψεις τα αποτελέσματα που προέκυψαν,

…..να δημιουργήσεις έναν πίνακα με τα αποτελέσματα που έχουν προκύψει,

…..να ψάξεις για κανονικότητες (κανόνες).

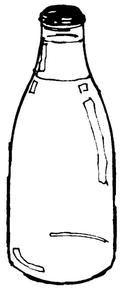
Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα είναι πιθανό να χρειαστεί να χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι και τα αποτελέσματα θα είναι δεκαδικοί αριθμοί.
Θα είναι ίσως χρήσιμο να τους μετατρέψεις σε κλάσματα.
Παρακάτω, σου δίνονται κάποια στοιχεία που ίσως σου φανούν χρήσιμα:

1,1111111=10/9	1,3333333=4/3
1,125=9/8	1,4=7/5
1,1428571=8/7	1,4285714=10/7
1,1666666=7/6	1,6=8/5
1,2=6/5	1,6666666=5/3
1,25=5/4	1,75=7/4
1,2857142=9/7	1,8=9/5

Πόσο ζυγίζει περίπου;

Να συνεργαστείς με ένα φίλο σου.
Να συζητήσετε για το βάρος καθενός από αυτά τα αντικείμενα.
Για καθένα από αυτά να επιλέξετε την απάντηση που πλησιάζει περισσότερο στην πραγματικότητα.

Ένα γεμάτο μπουκάλι γάλα

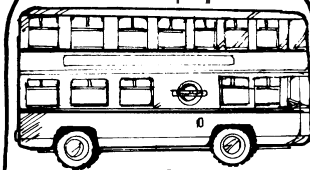


1 kg
0.5 kg
5 kg

Μια τρίχα

1 g
10 g
0.1 g

Ένα λεωφορείο

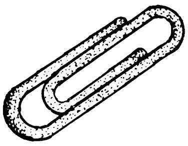


2 τόνοι
8 τόνοι
0.2 τόνοι
8 kg

Ένα μπουφάν

1 g
1 kg
1
10 g
10 kg
100 g

Ένας συνδετήρας

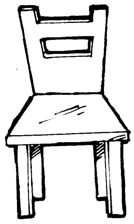


1 g
10 g
5 g

Τέσσερα κέρματα των 10 λεπτών

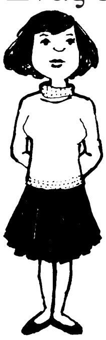
50 g
250 g
5 g
500 g

Μια καρέκλα



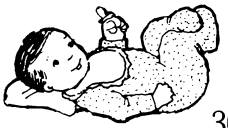
2 kg
20 kg
200 kg
0.2 kg

Ένας ενήλικας



6 kg
60 kg
600 kg
6 τόνοι

Ένα μωρό

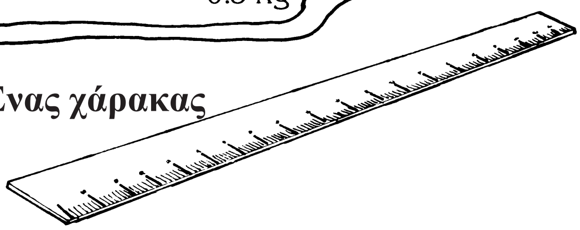


3 g
3 kg
30 kg
300 g
0.3 kg

Ένα φλιτζάνι ζάχαρη

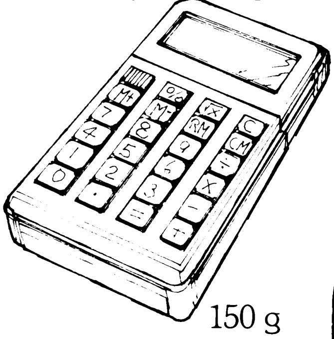
3 g
30 g
3000 g
300 g

Ένας χάρακας



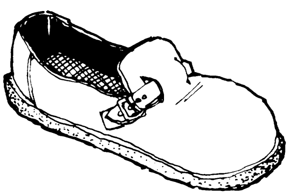
10 g
20 g
30 g
40 g
50 g
60 g

Ένα κομπιουτεράκι



150 g
1500 g
15 g
15 kg

Ένα παπούτσι



50 g
500 g
1 kg
5 kg

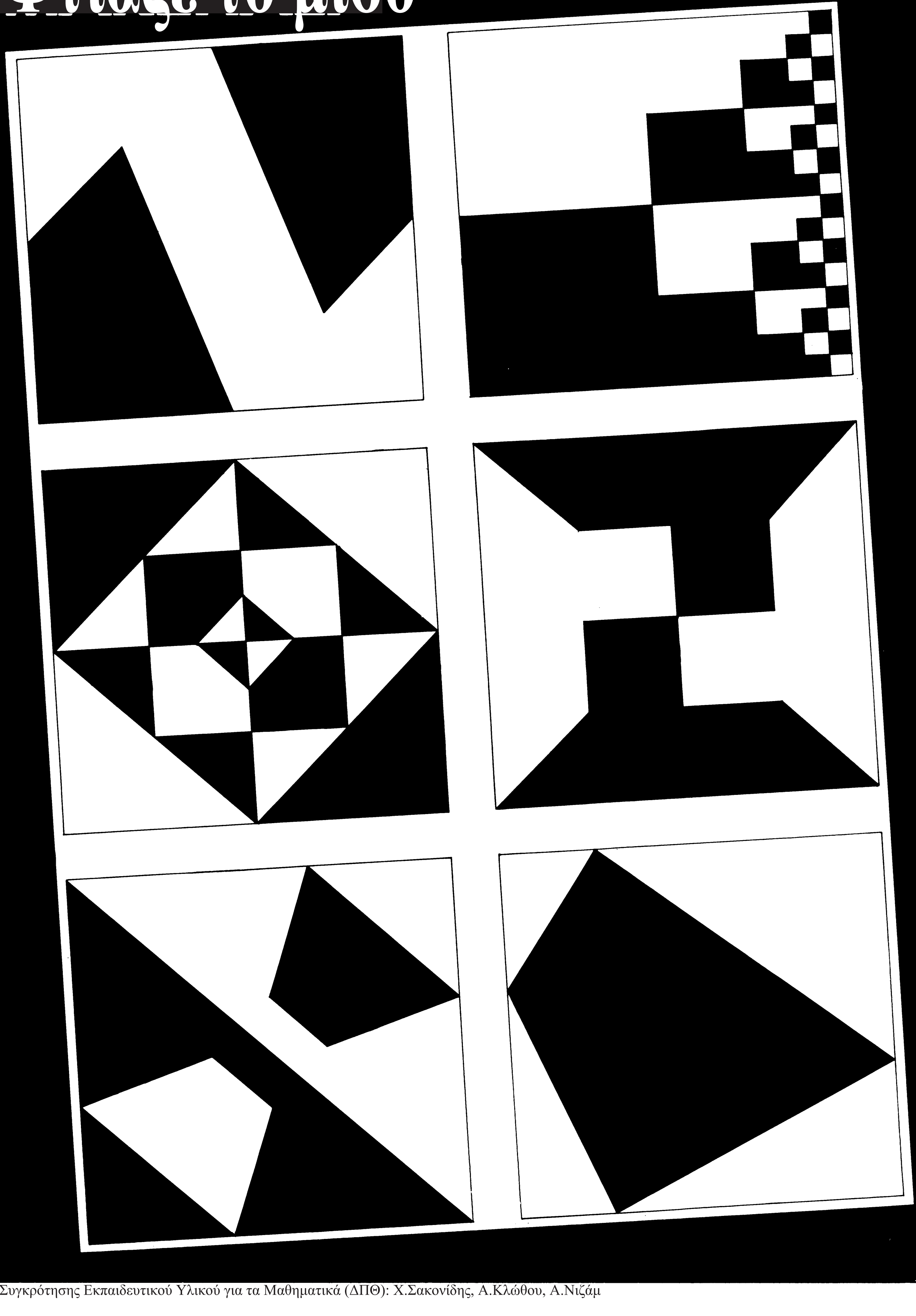
Διάλεξε ακόμη 5 αντικείμενα. Πόσο περίπου ζυγίζει το καθένα;

1000 g = 1 kg 1000 kg = 1

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Ε.Κυριάκη, Α.Νιζάμ

Φτιάξε το μισό

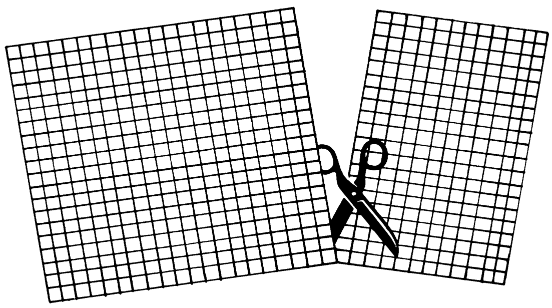
Smile 1741



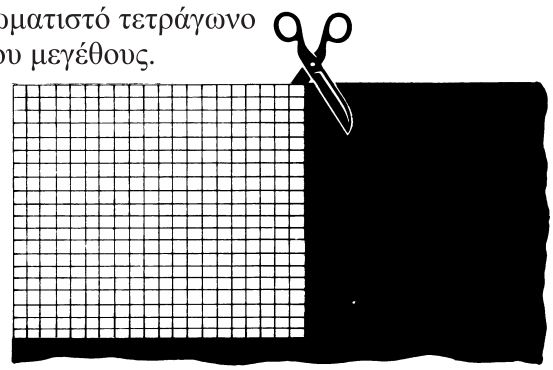
Αυτή η κάρτα παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο μπορείς να κατασκευάζεις δικά σου σχέδια.

Θα χρειαστείς ένα μεγάλο κομμάτι χρωματιστού χαρτιού και ένα μικρότερο φύλλο τετραγωνισμένου χαρτιού. Θα χρειαστείς επίσης, ψαλίδι και κόλλα.

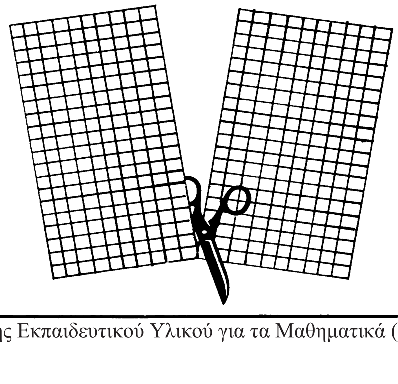
1. Να ξεκινήσεις κόβοντας το μεγαλύτερο τετράγωνο που μπορείς από το τετραγωνισμένο χαρτί.

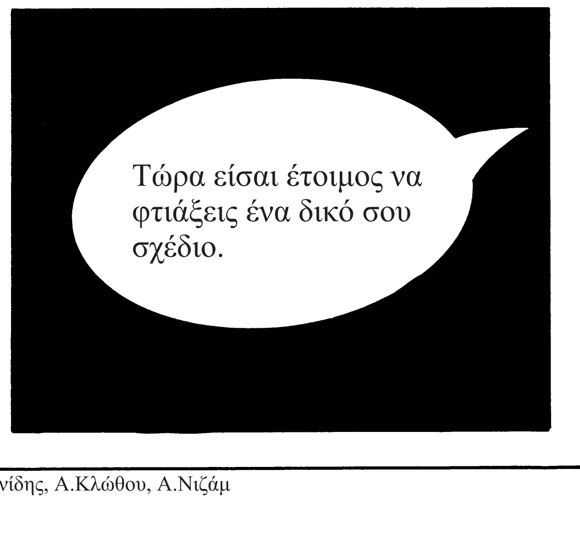


2. Να τοποθετήσεις αυτό το τετράγωνο πάνω στο χρωματιστό χαρτί και να κόψεις ένα χρωματιστό τετράγωνο ίδιου μεγέθους.



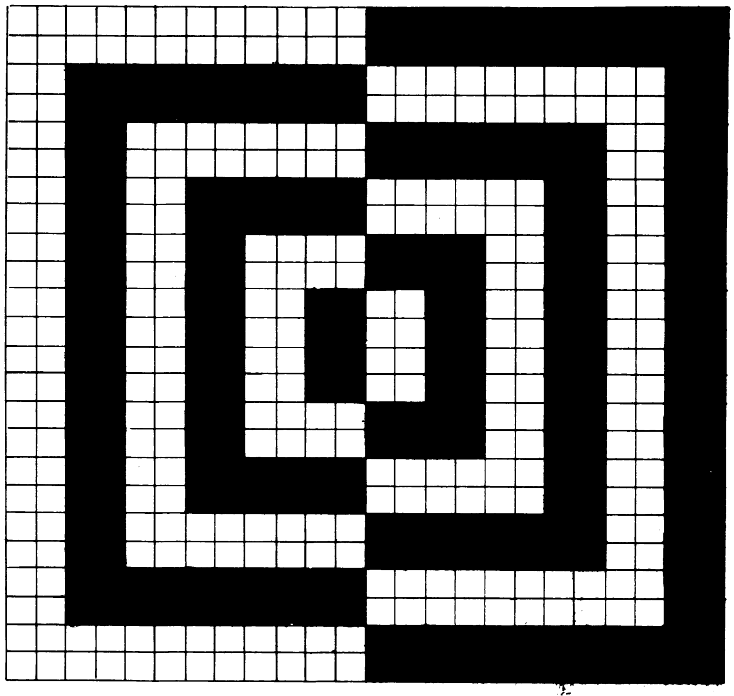
3. Στη συνέχεια, να κόψεις το τετράγωνο χαρτί στη μέση.



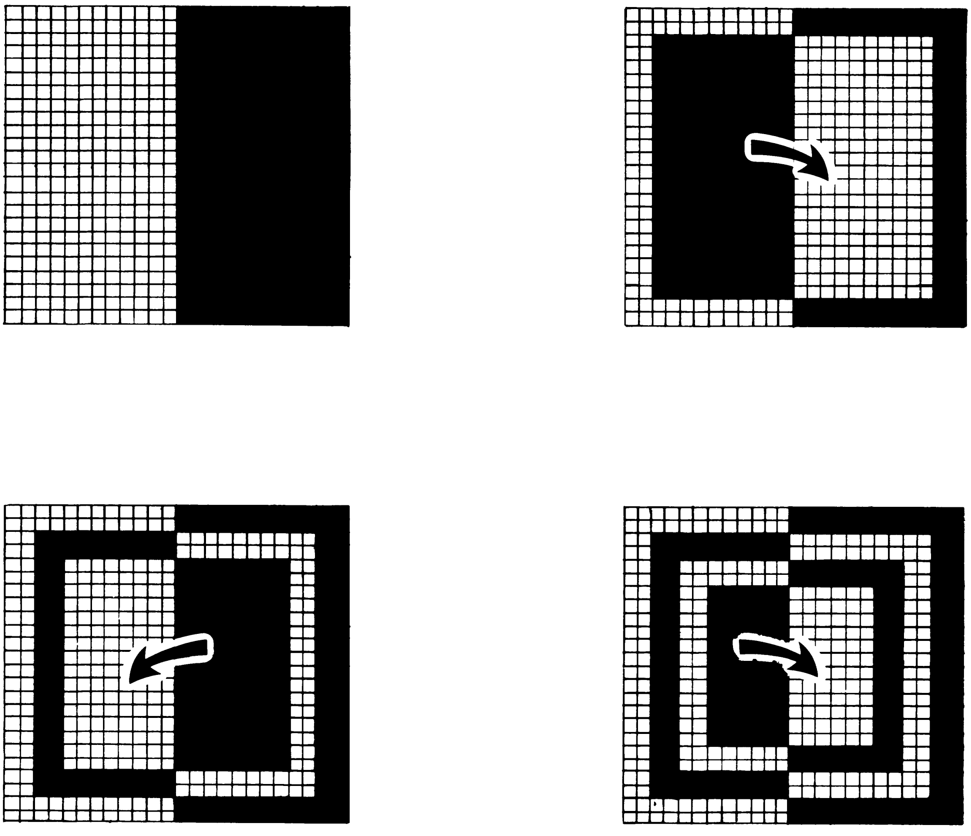


Smile **1741**

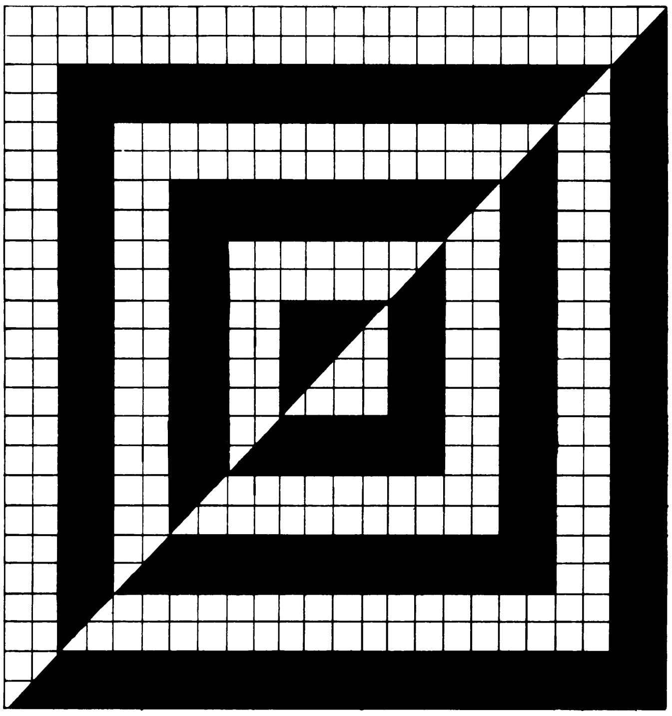
Αυτό το σχέδιο δεν είναι δύσκολο.



Παρακάτω παρουσιάζονται τα στάδια κατασκευής του.

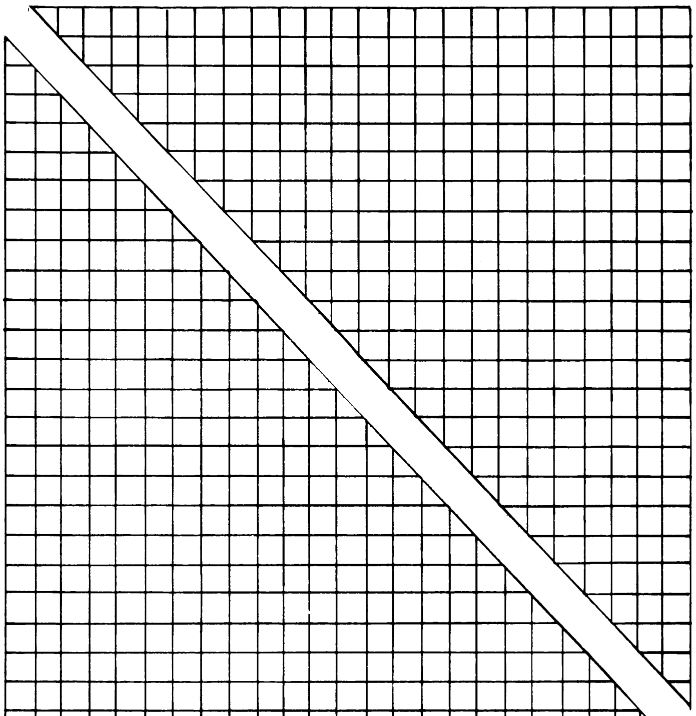


Γύρισε σελίδα



Smile **1741**

Αυτό το σχέδιο κατασκευάζεται όπως το προηγούμενο. . .

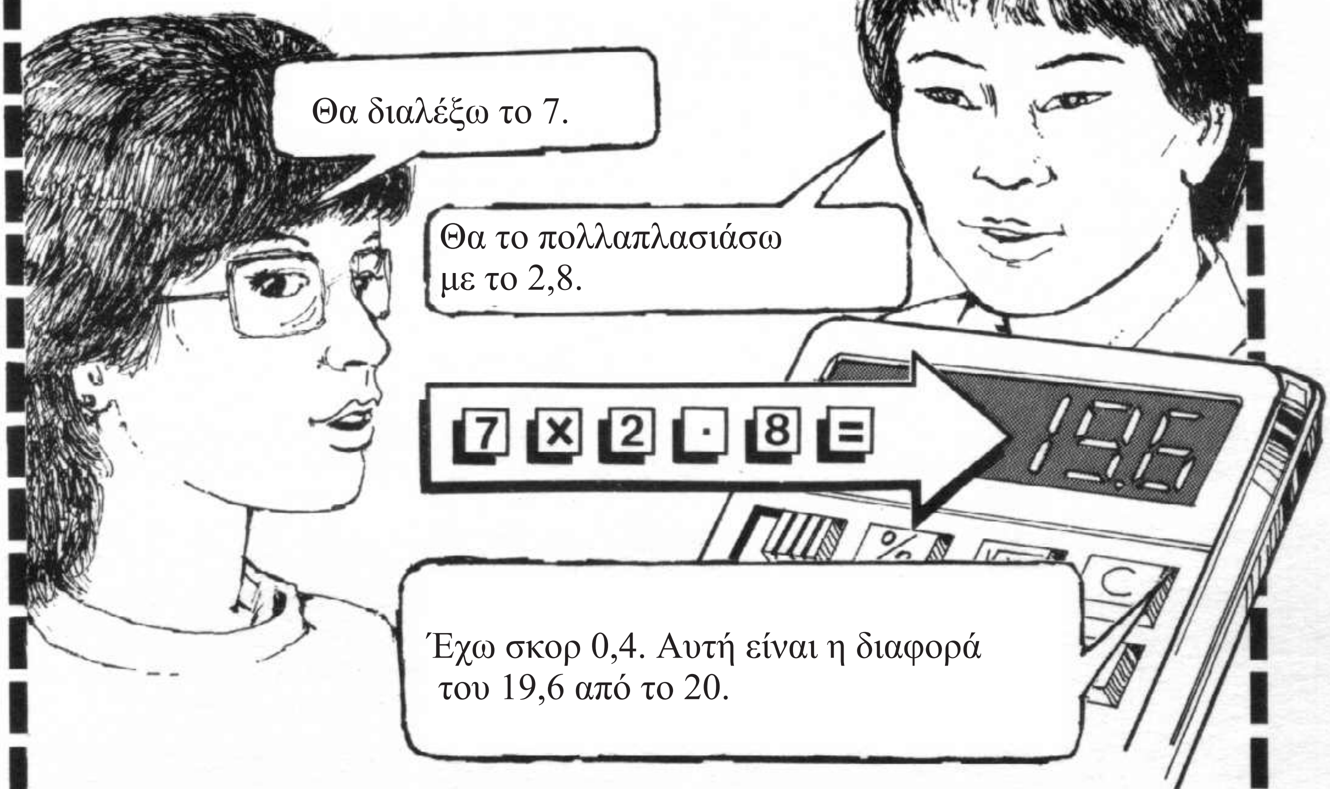


. . .αλλά θα πρέπει να αρχίσεις κόβοντας το τετράγωνο από το τετραγωνισμένο χαρτί διαγωνίως.

Το παιχνίδι του 20

Ένα παιχνίδι για 2 παίκτες με μία αριθμομηχανή.

- Ένας παίκτης διαλέγει έναν αριθμό ανάμεσα στο 1 και το 10.
- Ο άλλος παίκτης πρέπει να τον πολλαπλασιάσει με έναν άλλο αριθμό για να πλησιάσει όσο γίνεται πιο κοντά στο 20.
- Το σκορ του δεύτερου παίκτη είναι η διαφορά μεταξύ της απάντησής του και του 20.



- Με τη σειρά επιλέγετε αριθμούς για να τους πολλαπλασιάσει ο άλλος παίκτης.
- Να προσθέσετε τα σκορ. Κερδίζει ο παίκτης που έχει το χαμηλότερο σκορ.

Γινόμενα με δεκαδικούς αριθμούς

Να βρεις δύο δεκαδικούς αριθμούς που έχουν άθροισμα 1 ακριβώς.
Ποιο είναι το γινόμενό τους;

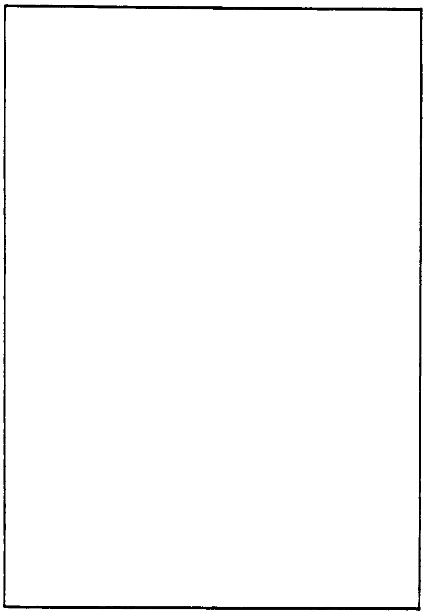
Να βρεις και άλλα τέτοια ζεύγη δεκαδικών αριθμών και να υπολογίσεις τα γινόμενά τους.

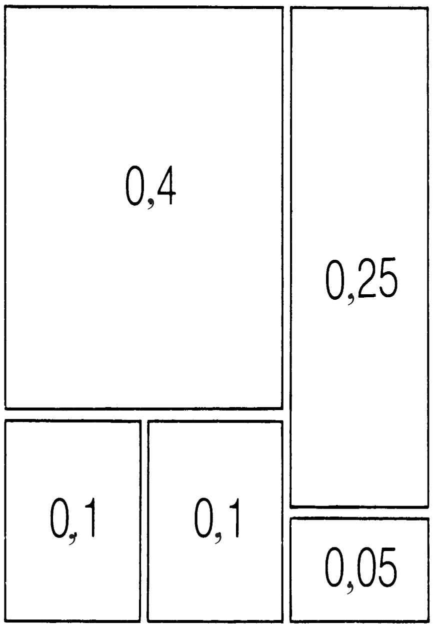
Ποιο είναι το μεγαλύτερο γινόμενο που μπορείς να έχεις;
Ποιο είναι το μικρότερο γινόμενο που μπορείς να έχεις;

Να δοκιμάσεις με ζεύγη δεκαδικών αριθμών που έχουν άθροισμα 2 ή 3 ή 1,5 ή. . .
Προσπάθησε να κάνεις το ίδιο με τρεις ή τέσσερις δεκαδικούς αριθμούς. . .

Θα χρειαστείς ψαλίδι και το φύλλο κατασκευής **1749Α**. Smile **1749**

Jigsaw με δεκαδικούς





Ένα τετράγωνο με πλευρές 0,9 εκ.
μπορεί να κατασκευαστεί με
συνδυασμό των κομματιών που
υπάρχουν στο φύλλο κατασκευής **1749Α**.

$$\begin{array}{r} 0,4 \\ 0,1 \\ 0,1 \\ 0,25 \\ +\ 0,05 \\ \hline 0,9 \end{array}$$

Να κόψεις τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα από το φύλλο εργασίας **1749Α** για να απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Να βρεις διαφορετικούς τρόπους για να φτιάξεις το παραπάνω τετράγωνο πλευράς 0,9 εκ.

Να σχεδιάσεις αυτούς τους διαφορετικούς τρόπους στο τετράδιό σου και να προσθέσεις τους δεκαδικούς που εμφανίζονται σε κάθε τετράγωνο.

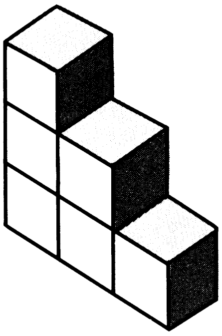
2. Να βρεις δύο τρόπους για να φτιάξεις ένα τετράγωνο με πλευρές 0,1 εκ.

Να κατασκευάσεις τα παρακάτω τετράγωνα, με δύο ή περισσότερους διαφορετικούς τρόπους:
3. τετράγωνο με πλευρές 0,4 εκ.
4. τετράγωνο με πλευρές 1,6 εκ.
5. τετράγωνο με πλευρές 2,5 εκ.

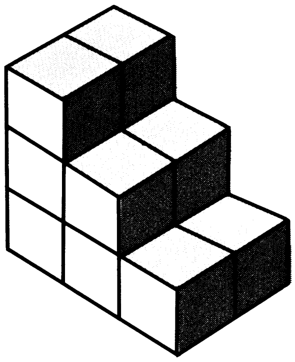
Στοίβες

Πόσα κυβάκια θα χρειαστείς για να κατασκευάσεις καθένα από τα παρακάτω στερεά;

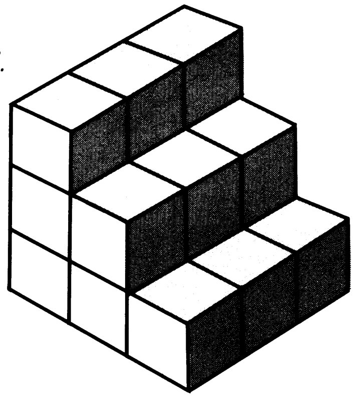
1.



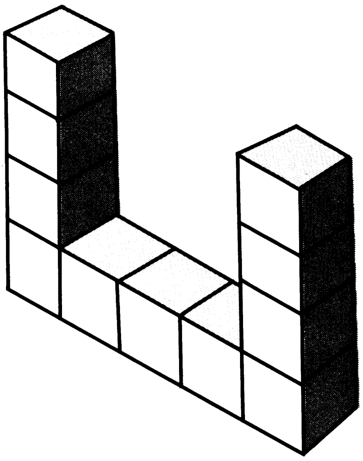
2.



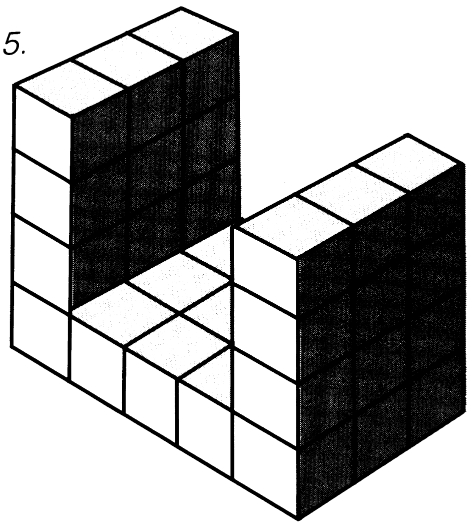
3.



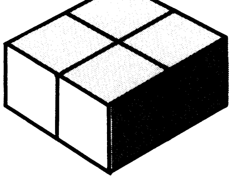
4.



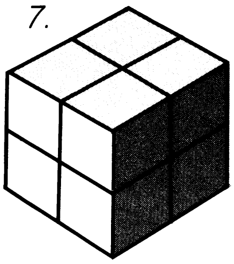
5.



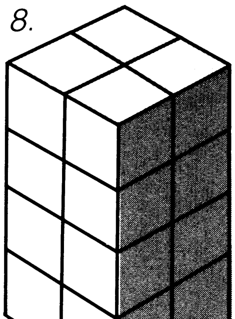
6.



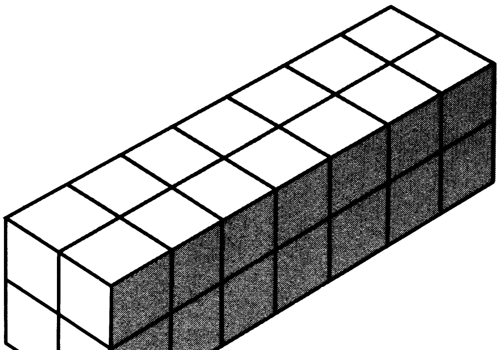
7.



8.



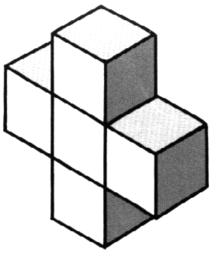
9.



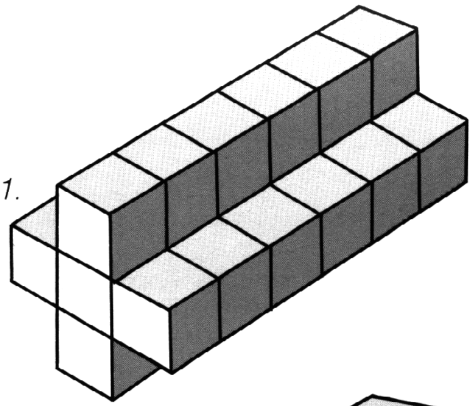
Γύρισε σελίδα

Smile **1750**

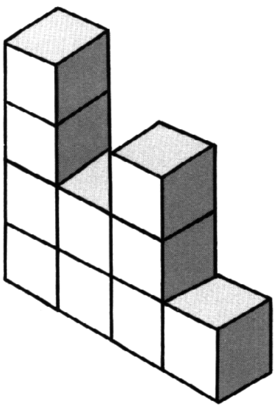
10.



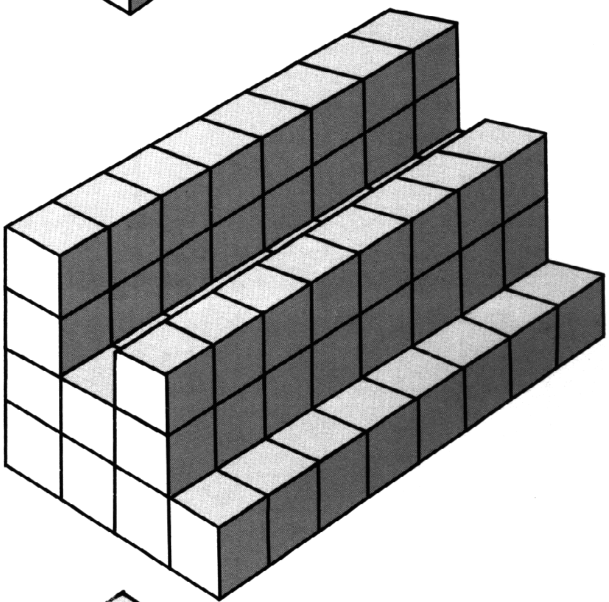
11.



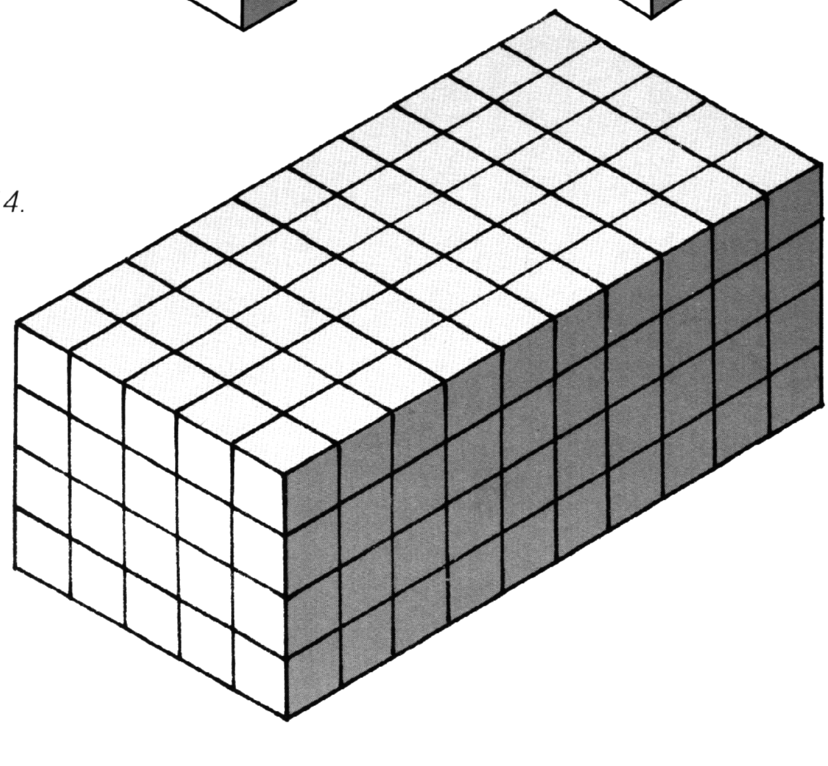
12.



13.



14.



Smile **1751**

Λίστες με δεκαδικούς αριθμούς

1. Να προσθέτεις το 0,2 κάθε φορά.

0,2, 0,4, 0,6, ■, ■, ■, ■, ■, ■, 2

2. Να προσθέτεις το 0,5 κάθε φορά.

0,5, 1, 1,5, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, 6

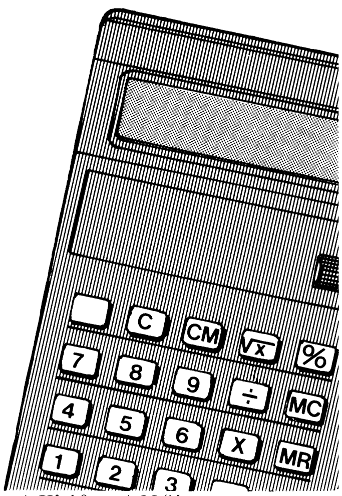
Προσπάθησε να συμπληρώσεις τα παρακάτω:

3. 0,4, 0,8, 1,2, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, 5,2
4. 0,3, 0,6, 0,9, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, 3,9
5. 0,1, 0,2, 0,3, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, ■, 1,2
6. 1,5, 3, 4,5, ■, ■, ■, ■, ■, ■, 15

7. Τέσσερις φορές το 1,5 κάνει 6.
   Πόσες φορές το 1,5 κάνει 12;
8. Πόσες φορές το 0,2 κάνει 2;
9. Πόσες φορές το 0,5 κάνει 6;
10. Πόσες φορές το 0,4 κάνει 4;
11. Πόσες φορές το 0,3 κάνει 3,9;
12. Πόσες φορές χωράει το 0,1 στο 1,2;
13. Πόσες φορές χωράει το 1,5 στο 18;

Να φτιάξεις τις δικές σου λίστες με δεκαδικούς αριθμούς για τα παρακάτω:

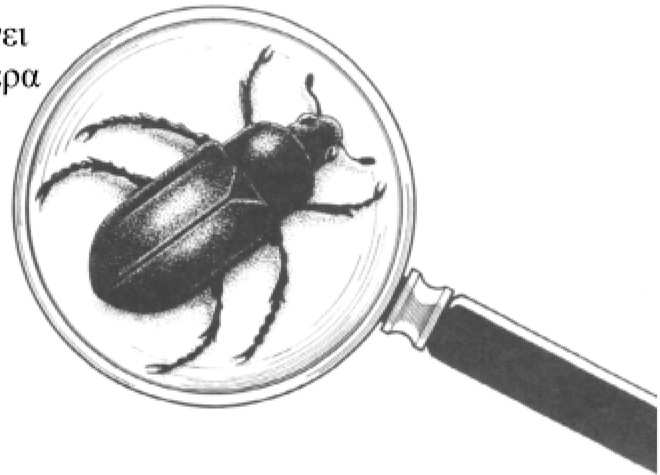
14. Πόσες φορές χωράει το 0,7 στο 3,5;
15. Πόσες φορές χωράει το 1,1 στο 6,6;
16. Πόσες φορές χωράει το 0,9 στο 3,6;
17. Πόσες φορές χωράει το 0,3 στο 3,6;
18. Πόσες φορές χωράει το 0,6 στο 3,6;



ΚΑΤΩ ΑΠΟ ΕΝΑ ΜΕΓΕΘΥΝΤΙΚΟ ΦΑΚΟ

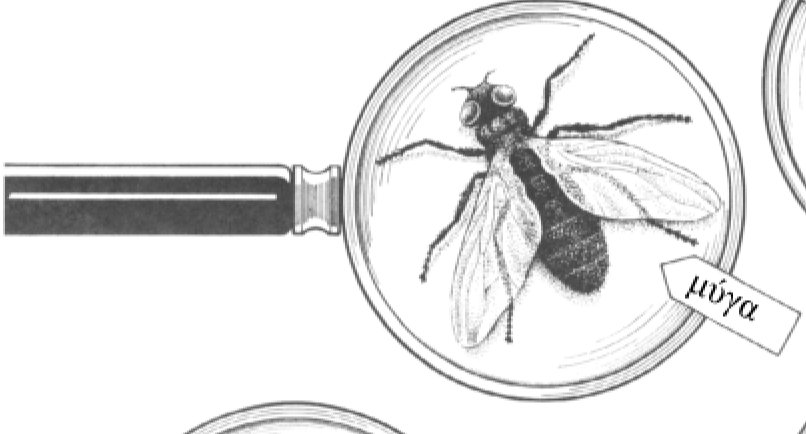
Smile **1752**

Αυτός ο μεγεθυντικός φακός κάνει τα αντικείμενα 5 φορές μεγαλύτερα από αυτό που είναι στην πραγματικότητα.



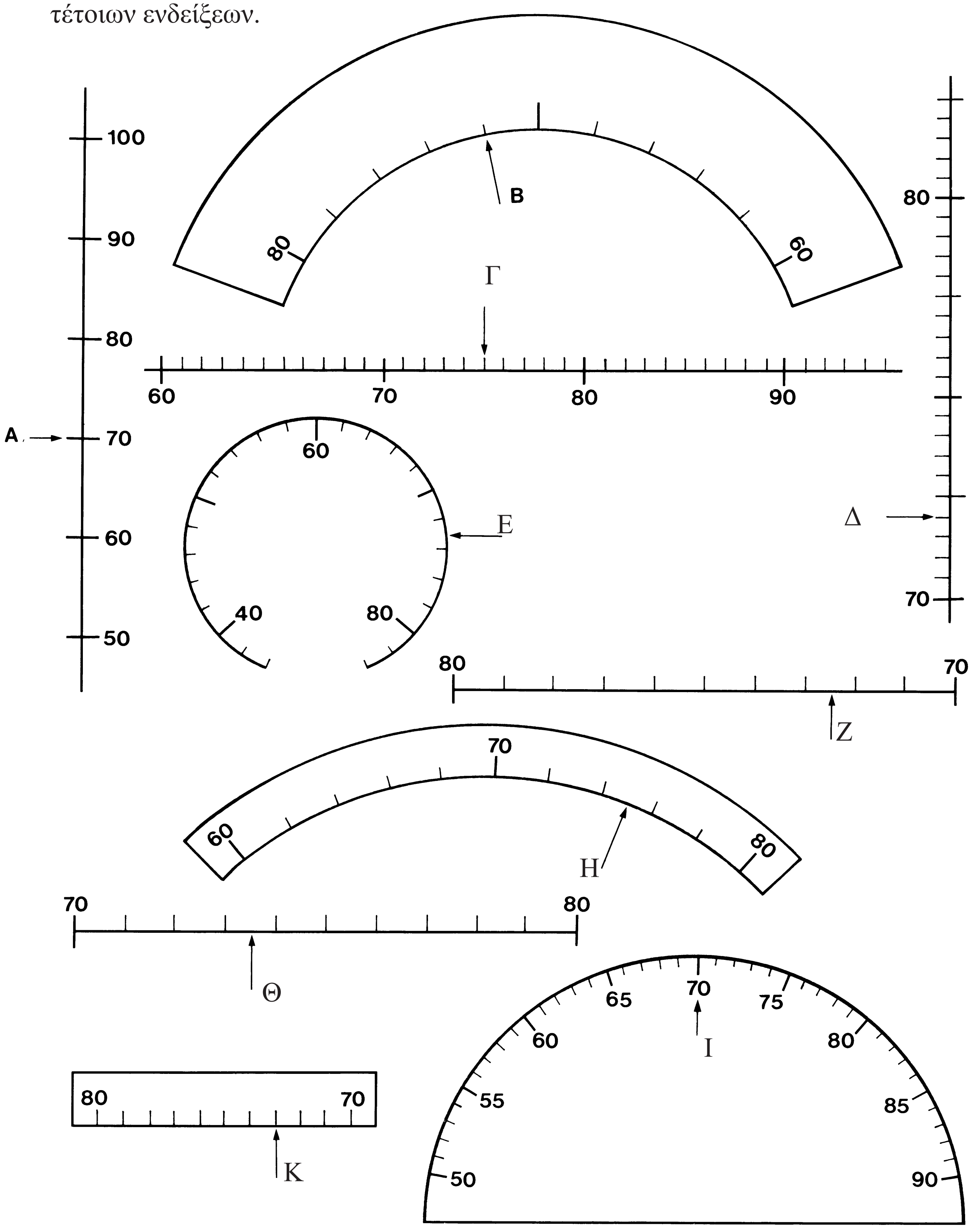
Πόσο μήκος έχει το σκαθάρι της εικόνας στην πραγματικότητα;

Ποιο είναι το πραγματικό μήκος των εντόμων παρακάτω;



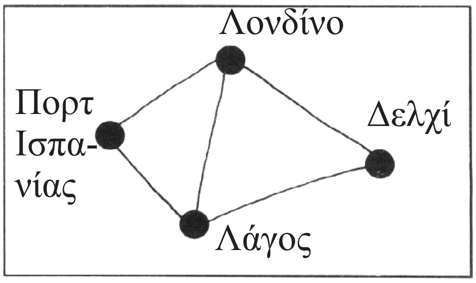
Ζευγάρια που ταιριάζουν

Μερικές από τις παρακάτω κλίμακες έχουν τις ίδιες ενδείξεις. Να βρεις 4 ζευγάρια τέτοιων ενδείξεων.



ΔΙΚΤΥΑ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ

Ο χάρτης στα δεξιά δείχνει τις αερογραμμές που ενώνουν τέσσερις πόλεις.



Ο πίνακας στα δεξιά δείχνει τον αριθμό των απευθείας πτήσεων που ενώνουν τις πόλεις.

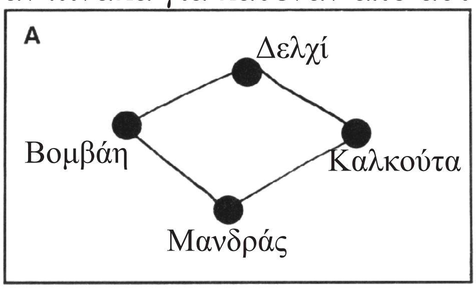
Από \ Προς	Δελχί	Λάγος	Λονδίνο	Πορτ Ισπανίας
Δελχί				
Λάγος			1	
Λονδίνο				
Πορτ Ισπανίας	0			

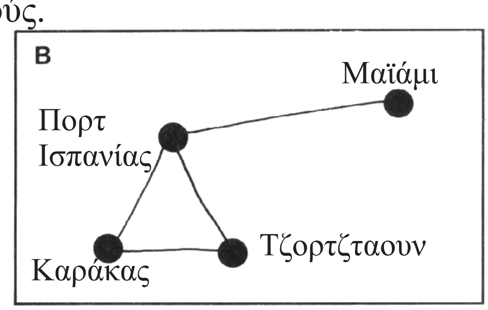
Δεν υπάρχει καμία απευθείας πτήση από το Πορτ της Ισπανίας στο Δελχί

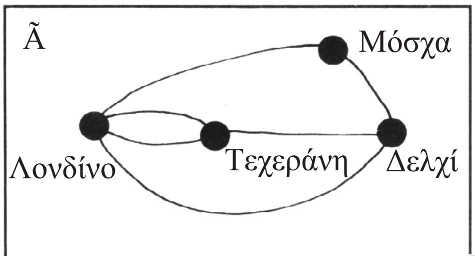
Υπάρχει 1 απευθείας πτήση από το Λάγος στο Λονδίνο

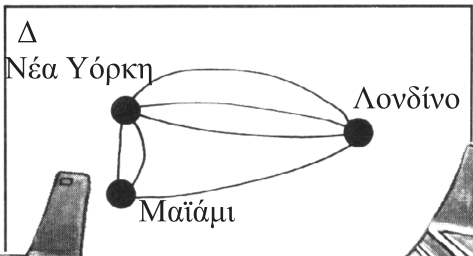
1. Να αντιγράψεις το χάρτη.
2. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

3. Να σχεδιάσεις καθέναν από τους χάρτες των αερογραμμών παρακάτω. Να κατασκευάσεις έναν πίνακα για καθέναν από αυτούς.

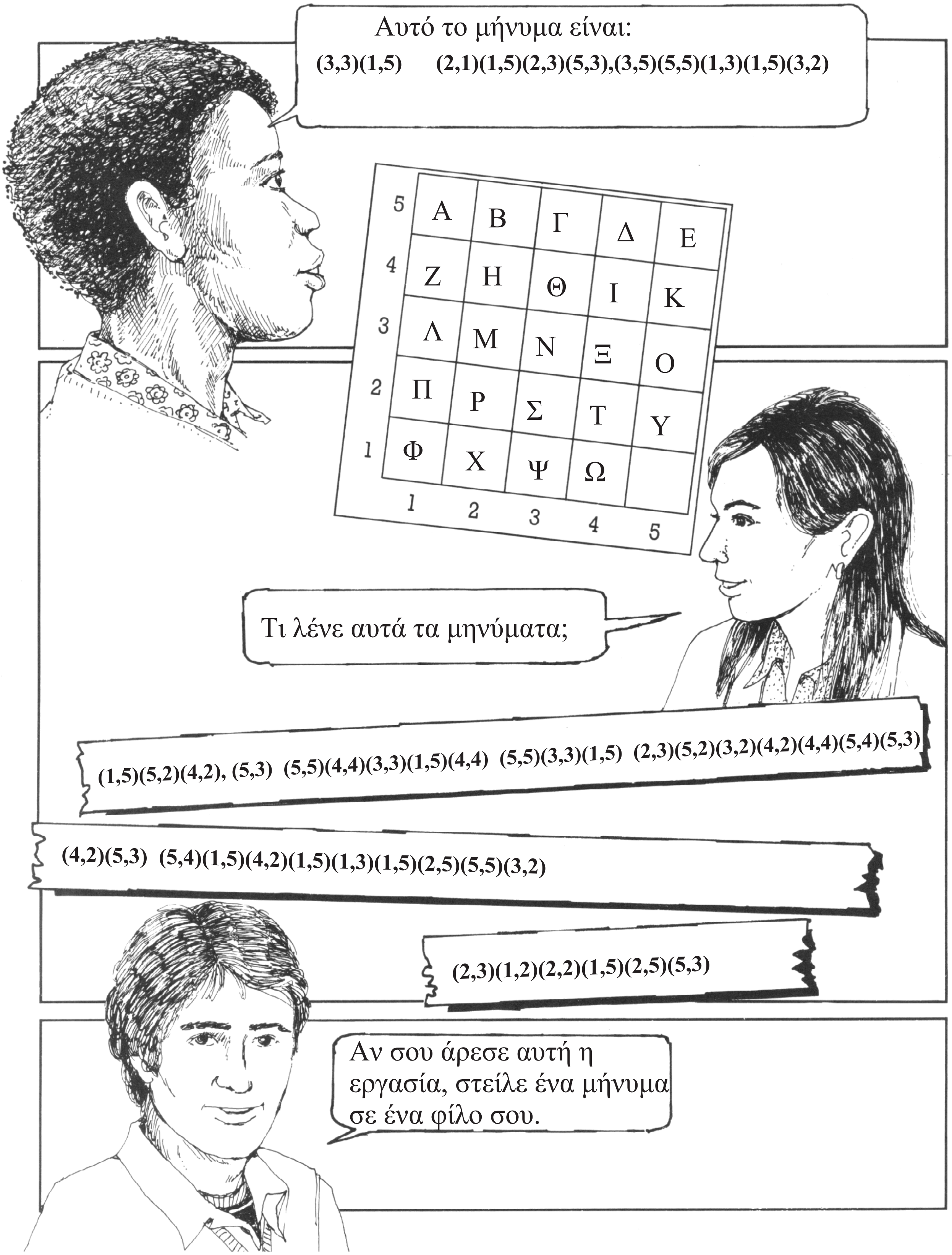








ΜΗΝΥΜΑΤΑ ΜΕ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

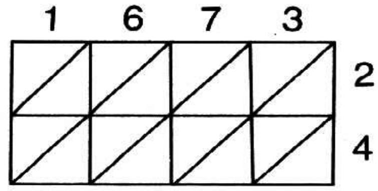


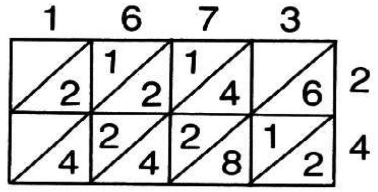
Smile **1761**

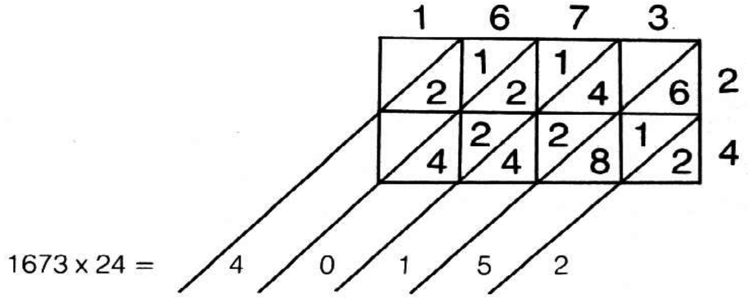
Προβλήματα Gelosia

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη Gelosia για να κάνουμε πολλαπλασιασμούς με πολυψήφιους αριθμούς.
Η μέθοδος περιγράφεται στην κάρτα 0174, αλλά τα παρακάτω βήματα είναι ίσως αρκετά για να σας τη θυμίσουν.

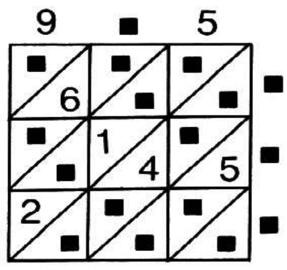
1673 x 24

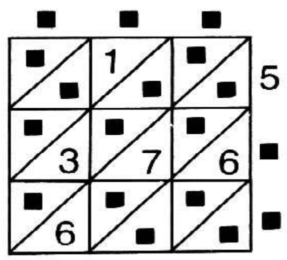






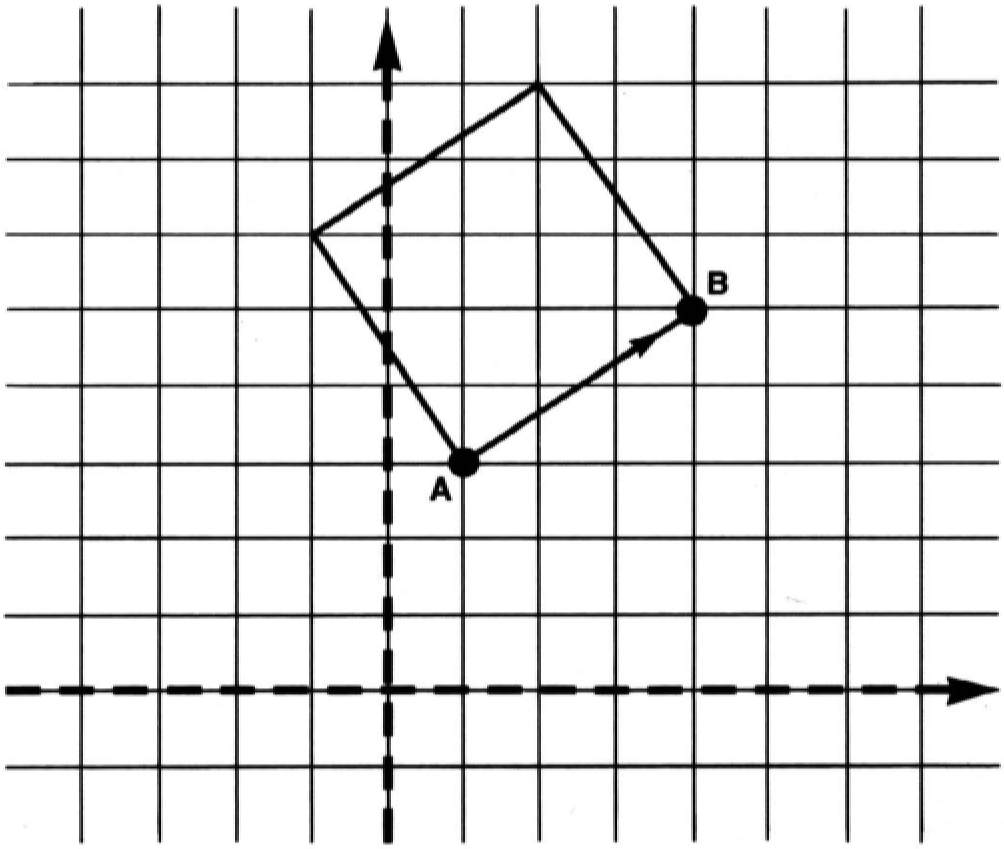
Μπορείτε να βρείτε τους αριθμούς που λείπουν στους δύο πολλαπλασιασμούς παρακάτω;





Smile **1762**

Από το Α στο Β



Το διάνυσμα που περιγράφει το $\overrightarrow{AB}$ είναι $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.

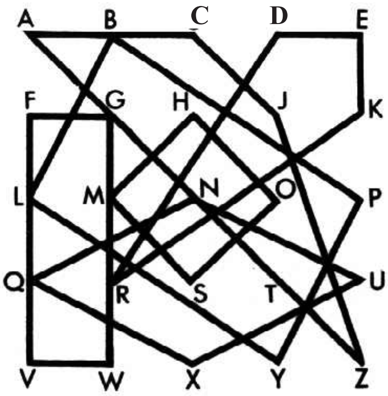
Να βρεις το εμβαδόν του τετραγώνου.

Να εξετάσεις το εμβαδόν των τετραγώνων για διαφορετικά διανύσματα $\overrightarrow{AB}$.

Μπλεγμένα τετράπλευρα

Smile **1764**

1.



Να βρεις:

ένα τετράγωνο — ένα τραπέζιο

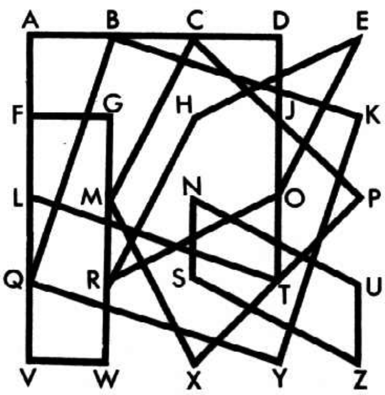
ένα ρόμβο — ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο

ένα χαρταετό — ένα παραλληλόγραμμο

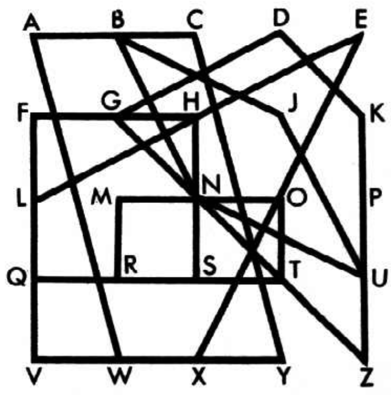
Π.χ., το HOSM είναι ένα τετράγωνο.
Κανένα γράμμα της αγγλικής αλφαβήτου δεν χρησιμοποιείται πάνω από μία φορά.
Ποιο αγγλικό γράμμα δεν χρησιμοποιείται καθόλου;

Τώρα να κάνεις το ίδιο με τα παρακάτω:

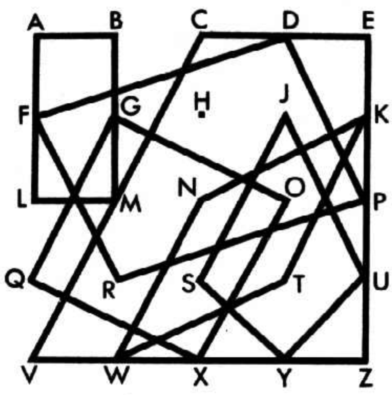
2.



3.



4.

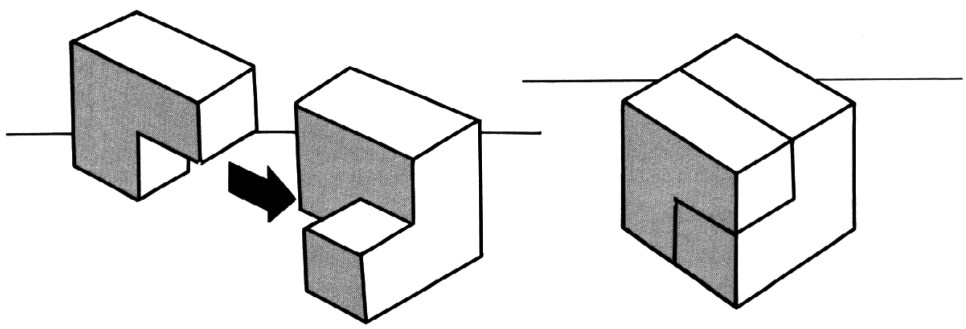


5. Να σχεδιάσεις δικά σου μπλεγμένα τετράπλευρα. Να ζητήσεις από ένα φίλο σου να τα ξεμπλέξει.

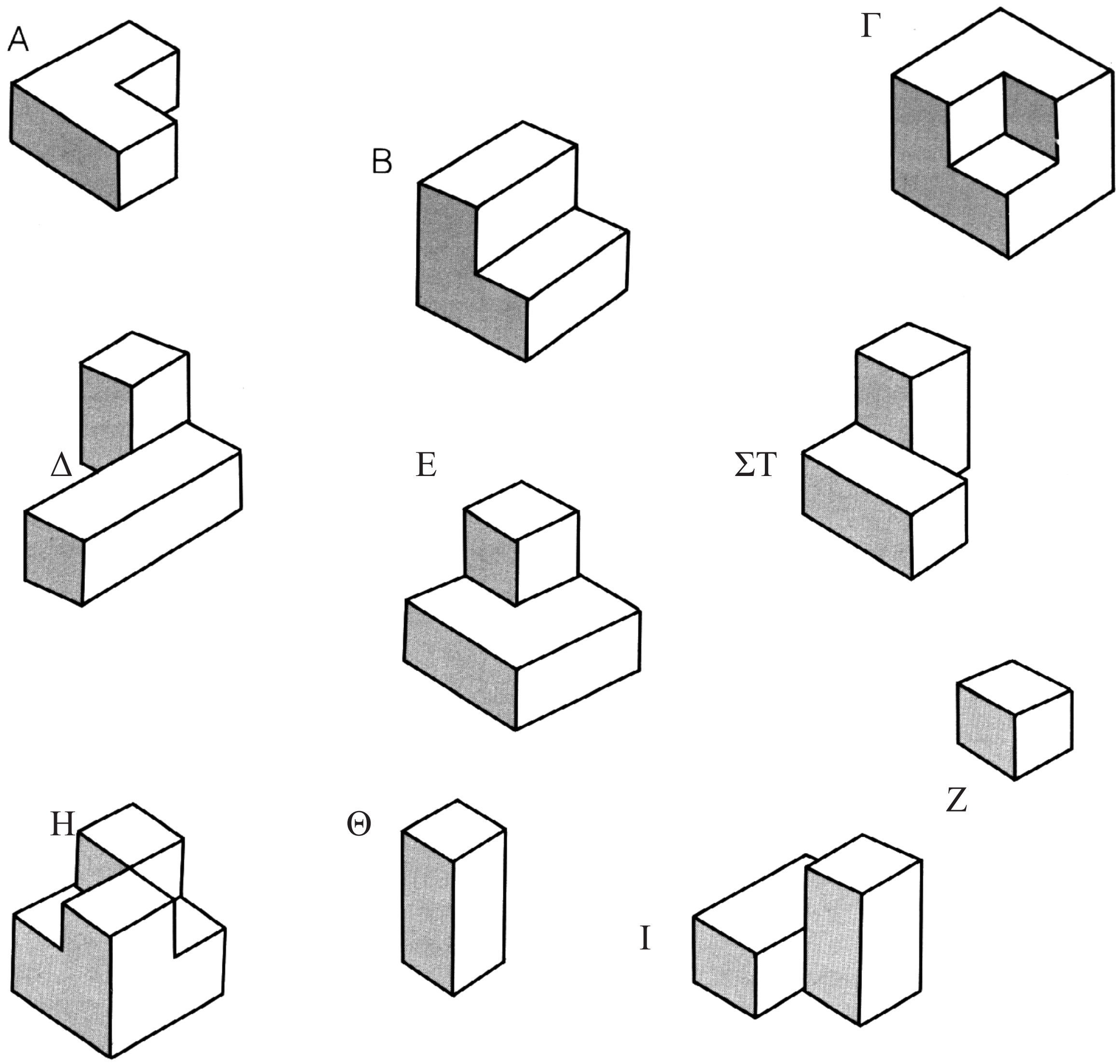
Ένας πίνακας με καρφάκια θα μπορούσε να σε βοηθήσει.

ΔΥΟ-ΔΥΟ

Smile **1765**



Τέσσερα ζεύγη σχηματίζουν τέσσερις κύβους. Μπορείς να ταιριάξεις τα ζεύγη;



Ιπτάμενοι Μηχανικοί

Smile **1766**

Μπορείτε να εργαστείτε σε ομάδες.

Η εταιρεία *Διεθνείς Ανασκαφές* έχει τέσσερις αποθήκες: στο Λονδίνο, στη Φρανκφούρτη, στη Μαδρίτη και στην Αθήνα.

Υπάρχουν δέκα μηχανικοί συντηρητές που μετακινούνται από τη μια αποθήκη στην άλλη, όποτε αυτό είναι αναγκαίο.

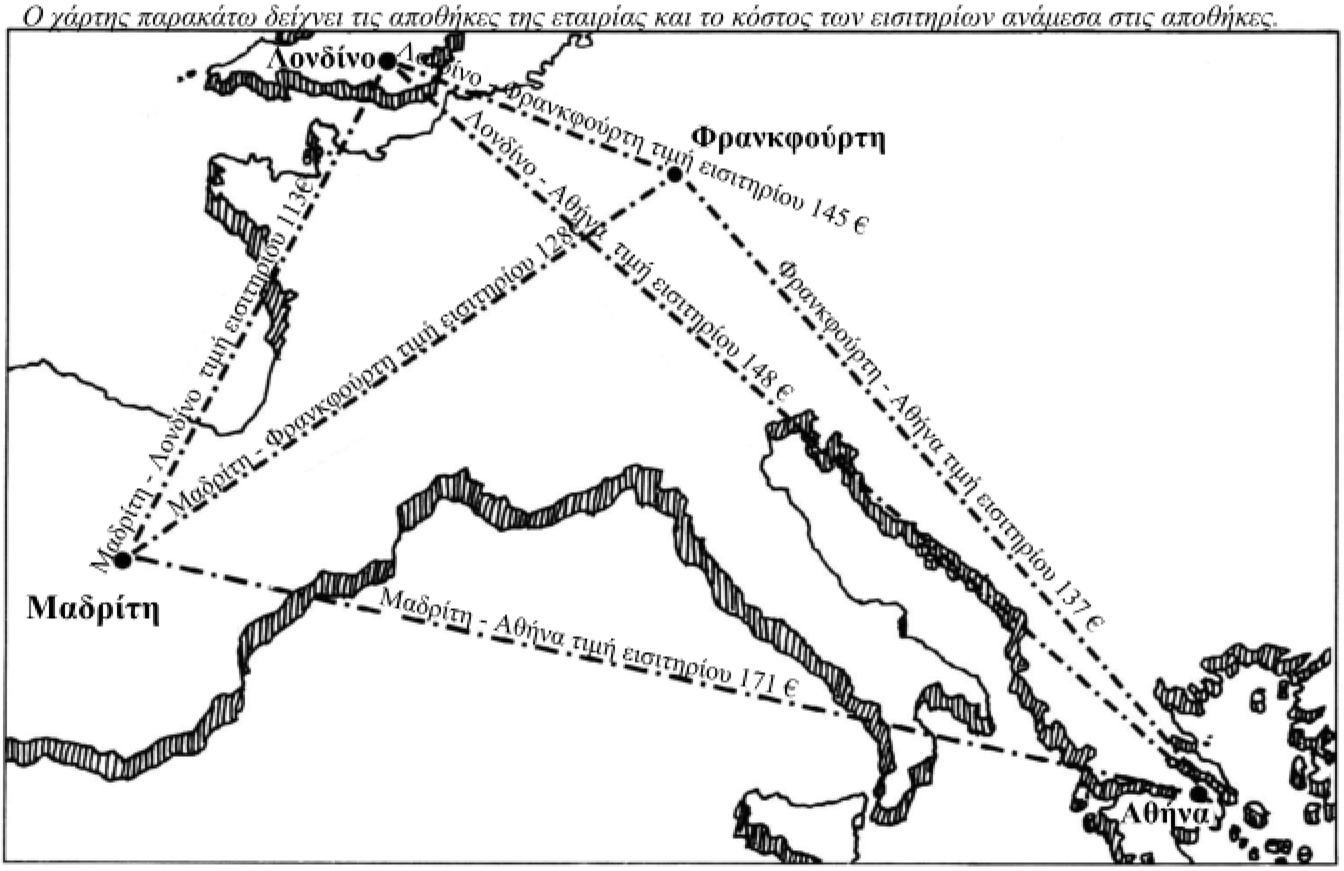
Αυτήν την εβδομάδα υπάρχουν 4 μηχανικοί στο Λονδίνο (η Σου, ο Χασάν, ο Φρέντ, η Ναόμι), 2 στη Φρανκφούρτη (ο Μανουέλ, ο Μουσταφά), 2 στη Μαδρίτη (ο Γουέην, η Μαρία) και 2 στην Αθήνα (ο Σάντζι, η Ραχάμα).

Την επόμενη εβδομάδα πρέπει να είναι 2 στο Λονδίνο, 1 στη Φρανκφούρτη, 3 στην Μαδρίτη και 4 στην Αθήνα.

Ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος για να γίνουν οι μετακινήσεις τους, έτσι ώστε το κόστος των εισιτηρίων τους να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο;

	Λονδίνο	Φρανκφούρτη	Μαδρίτη
Φρανκφούρτη	145 €		
Μαδρίτη	113 €	128 €	
Αθήνα	148 €	137 €	171 €

Ο χάρτης παρακάτω δείχνει τις αποθήκες της εταιρίας και το κόστος των εισιτηρίων ανάμεσα στις αποθήκες.



Γύρισε σελίδα

Smile **1766**

Στη διάρκεια της χρονιάς

Η εταιρεία αποφάσισε να οργανώσει ένα συνέδριο, το οποίο έπρεπε να παρακολουθήσουν όλοι οι μηχανικοί. Τη βδομάδα πριν από το συνέδριο οι μηχανικοί ήταν κατανεμημένοι με τον ακόλουθο τρόπο:

2 μηχανικοί στο Λονδίνο
1 μηχανικός στη Μαδρίτη
3 μηχανικοί στη Φρανκφούρτη
4 μηχανικοί στην Αθήνα

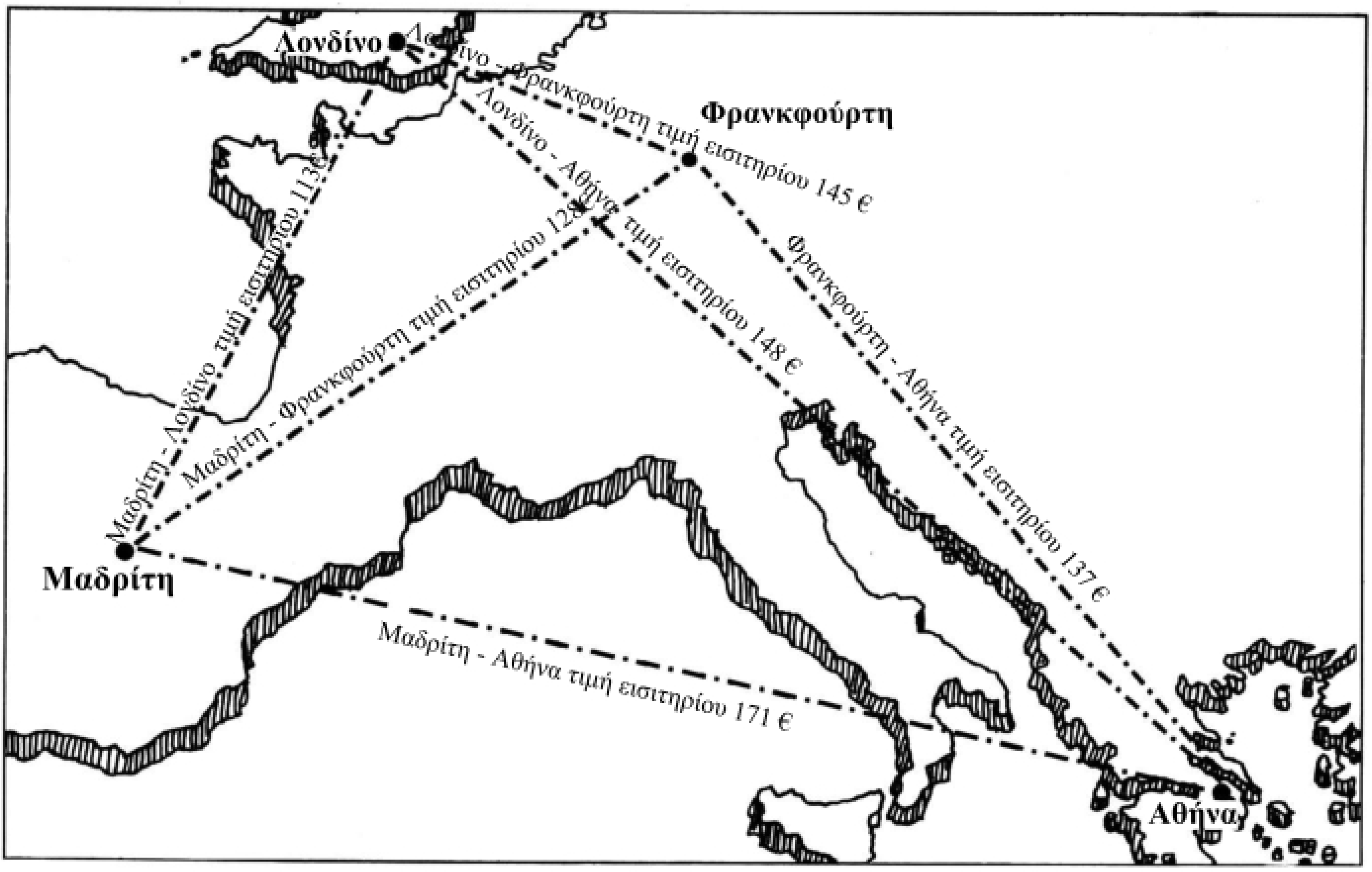
Σε ποια πόλη θα έπρεπε να γίνει το συνέδριο, αν η εταιρεία ήθελε να διατηρήσει τα έξοδα μετακίνησής του όσο χαμηλότερα γίνεται;

Τα έξοδα μετακίνησης με αεροπλάνο δεν είναι το μόνο πράγμα που πρέπει να ληφθεί υπόψη. Το κόστος διαμονής σε ξενοδοχείο για μια νύχτα έχει ως εξής:

115 λίρες (Μ. Β.)
82 ευρώ (Ισπανία)
125 ευρώ (Γερμανία)
143 ευρώ (Ελλάδα)

Σε ποια πόλη πρέπει να γίνει το συνέδριο, αν το συνολικό κόστος (εισιτήρια και διαμονή) πρέπει να διατηρηθεί όσο πιο χαμηλά γίνεται; (1 λίρα Αγγλίας = 1,5 ευρώ)

Να χρησιμοποιήσεις το κομπιουτεράκι σου και τον πίνακα τιμών συναλλάγματος, για να συγκρίνεις τιμές.



Smile **1770**

Η οικογένεια Αλεξιάδη

Ο Δημήτρης είναι 5 χρόνια μικρότερος από τη Μαρία.

Ο Πέτρος είναι μικρός και δεν πηγαίνει σχολείο. Είναι 10 χρόνια μικρότερος από το Δημήτρη.

Ο κ. Αλεξιάδης είναι 5 χρόνια μεγαλύτερος από τη σύζυγό του.

Η κ. Αλεξιάδη έχει τα διπλάσια χρόνια της Μαρίας.

Η γιαγιά είναι 25 χρόνια μεγαλύτερη από τον κ. Αλεξιάδη. Ήταν 53 χρονών όταν γεννήθηκε ο Δημήτρης.

Η Μαρία τελείωσε το σχολείο και πηγαίνει στις ΗΠΑ για σπουδές στα 21.

Να βρεις την ηλικία των μελών της οικογένειας Αλεξιάδη.

Όταν θεωρήσεις ότι βρήκες την απάντηση, να ελέγξεις και τις έξι προτάσεις. Να βεβαιωθείς ότι κάθε πρόταση επαληθεύεται για τις ηλικίες που βρήκες. Έπεσες έξω; Αν κάποια από τις προτάσεις δεν επαληθεύεται, πιθανόν να πρέπει να αρχίσεις από την αρχή.

Τα πρώτα Αιγυπτιακά Κλάσματα

Smile **1771**

Η Αιγυπτιακή μέθοδος χρήσης κλασμάτων (2000 π.Χ.) αποτελεί ένα σημαντικό θέμα στην ιστορία των μαθηματικών. Αυτή η μέθοδος αργότερα προσαρμόστηκε από τους Έλληνες που τη χρησιμοποίησαν για σημαντικό χρονικό διάστημα.

Διαθέτουμε μια αρκετά εκτεταμένη γνώση για το Αιγυπτιακό σύστημα κλασμάτων γιατί τώρα μπορούμε να ερμηνεύσουμε τα αρχαία Αιγυπτιακά ιερογλυφικά.

Στη γνώση μας για τα Αιγυπτιακα μαθηματικά συνέβαλαν περισσότερο δύο σημαντικές ανακαλύψεις σε πάπυρο με μεταγενέστερο τύπο γραφής που χαρακτηρίζεται ιερατικός. Τον έναν από τους δύο πάπυρους έφερε στην Αγγλία ο Henry Rhind. Σήμερα, εκτίθεται στο Βρετανικό Μουσείο. Τμήμα του συγκεκριμένου πάπυρου δείχνει η παραπάνω φωτογραφία.

Τον πάπυρο του Rhind αντέγραψε ένας γραφέας που ονομαζόταν Ahmes το 1650 π.Χ. περίπου. Ο Ahmes σημειώνει στα κείμενο ότι τα μαθηματικά προήλθαν από μια παλαιότερη δουλειά που καταγράφηκε μεταξύ 2000 και 1800 π.Χ. Περιλαμβάνει περίπου 80 προβλήματα μαζί με κάποιες λύσεις και έναν πίνακα πολλαπλασιασμού κλασμάτων. Επρόκειτο μάλλον για ένα σχολικό βιβλίο για τους Αυτοκρατορικούς Γραφείς.

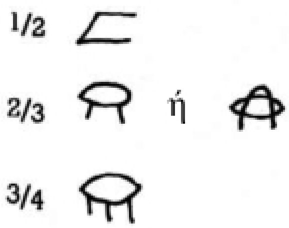
Τα κλάσματα που χρησιμοποιούσαν οι Αιγύπτιοι (εκτός από μερικές εξαιρέσεις, όπως 2/3 και 3/4) έχουν αριθμητή 1. Συχνά χαρακτηρίζονται ως μοναδιαία κλάσματα επειδή έχουν τη μορφή 1/2 ,1/3, 1/4,1/5….κ.τ.λ.

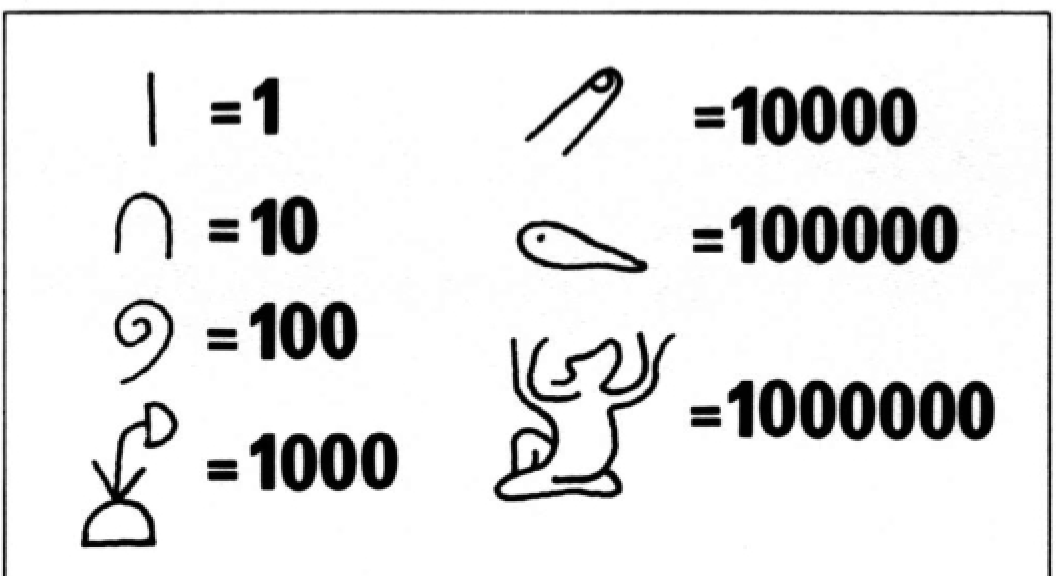
Στα αιγυπτιακά ιερογλυφικά, τα κλάσματα χαρακτηρίζονται από το σύμβολο ενός ανοιχτού στόματος  που σημειώνεται πάνω από τον αριθμό.

Επομένως, το 1/12 γράφεται 

και το 1/5 γράφεται  ή 

Τα 1/2, 2/3 και 3/4 είναι πολύ κοινά κλάσματα και, επομένως, το καθένα από αυτά έχει το δικό του ειδικό σύμβολο.



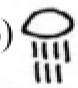


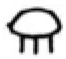
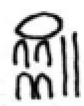
Smile **1771**

1. Ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι μοναδιαία κλάσματα;

α) 1/7 β) 3/10 γ) 1/10 δ) 10/11

2. Να μεταγράψεις τα παρακάτω ιερογλυφικά:

(α)  (β)  (γ)  (δ) 

(ε)  (στ)  (ζ)  (η) 

3. Να γράψεις τα παρακάτω κλάσματα ως Αιγυπτιακά ιερογλυφικά:

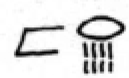
(α) 1/8 (β) 1/15 (γ) 2/3 (δ) 1/360

Επειδή τα αποτελέσματα δεν είναι πάντοτε εύκολο να διατυπωθούν ως ένα απλό μοναδιαίο κλάσμα, οι Αιγύπτιοι ανέπτυξαν τη συνδυαστική χρήση διαφορετικών μοναδιαίων κλασμάτων, για να δημιουργήσουν το απαιτούμενο ποσό.

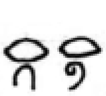
Για παράδειγμα, για το κλάσμα 7/12 οι Αιγύπτιοι έγραφαν 1/2 + 1/12.

Σε μεταγενέστερα Αιγυπτιακά κείμενα το ειδικό σύμβολο για το 3/4 δεν εμφανίζεται. Στη θέση του εμφανίζεται το 

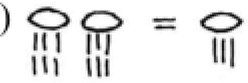
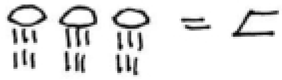
4. (α) Να εξηγήσεις γιατί το  μεταφράζεται ως 3/4.

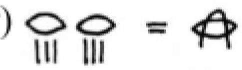
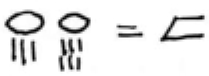
(β) Να εξηγήσεις γιατί το  μεταφράζεται ως 5/8.

5. Σε ποια σύγχρονα απλά κλάσματα θα μεταφράζονταν τα παρακάτω ιερογλυφικά;

(α)  (β)  (γ) 

6. Γινόταν συχνή χρήση των παρακάτω ταυτοτήτων. Να τις μεταγράψεις, χρησιμοποιώντας σύγχρονα αριθμητικά ψηφία.

(α)  (β) 

(γ)  (δ) 

7. Να δείξεις ότι η παρακάτω ισότητα ισχύει: 

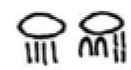
Κάποιοι συγγραφείς υποστήριξαν ότι οι Αιγύπτιοι, εξαιτίας του αρκετά δύσκολου τρόπου με τον οποίο χρησιμοποίησαν τα κλάσματα, δεν ανέπτυξαν τα μαθηματικά σε μεγάλο βαθμό. Από την άλλη πλευρά, υπάρχει η άποψη ότι είναι πολύ πιθανό ο δύσκολος τρόπος με τον οποίο χρησιμοποίησαν τα κλάσματα να δημιούργησε την επιθυμία εξεύρεσης εναλλακτικών μεθόδων εργασίας και, επομένως, τα προβλήματα αποτέλεσαν το κίνητρο για περισσότερη εργασία.

Η συγκεκριμένη κριτική, επίσης, αγνοεί το γεγονός ότι όταν χρησιμοποιούνται τα μοναδιαία κλάσματα, τότε κάποιος αποκτάει καλύτερη άποψη για το πόσο μεγάλο είναι το ποσό. Για παράδειγμα, η παράσταση 1/3 + 1/15 άμεσα δηλώνει σε κάποιον ότι το αποτέλεσμα είναι περίπου 1/3. Ο σύγχρονος τρόπος γραφής του 6/15 φαίνεται πιο σαφής αλλά είναι πιο δύσκολο για κάποιον να γνωρίζει πόσο μεγάλο είναι το συγκεκριμένο ποσό. Επίσης, πρακτικά, είναι το ίδιο εύκολο να βρει κάποιος το 1/3 μιας ποσότητας και, στη συνέχεια, το 1/15 με το να βρει το 1/15 και, στη συνέχεια, να το πολλαπλασιάσει με το 6 για να προκύψει το 6/15.

Κάποια αρκετά δύσκολα μαθηματικά πρέπει να έγινε προσπάθεια να αναπτυχθούν από τους αρχαίους Αιγυπτίους επειδή ο πάπυρος του Rhind περιέχει κάποιες εναλλακτικές μορφές για κάποια περισσότερο δύσχρηστα κλάσματα, όπως τα έβδομα. Ο πάπυρος περιλαμβάνει έναν πίνακα για κλάσματα που προκύπτουν αν διαιρέσουμε αριθμούς με το 7. Το 2 : 7, το οποίο εμείς θα γράφαμε ως 2/7, ο πίνακας κλασμάτων το παρουσιάζει ως 1/4 + 1/28.

Δεν υπάρχει, όμως, για αρκετά κλάσματα μόνον ένας μοναδικός τρόπος αναλυτικής παρουσίασης.

Για παράδειγμα, το 7/24 θα μπορούσε να γραφεί:

8. Οι Αιγύπτιοι θα προτιμούσαν το  για το κλάσμα 7/24.

Γιατί πιστεύεις ότι θα προτιμούσαν αυτόν τον τρόπο γραφής;

9. Ποιο κλάσμα θα μπορούσε να γραφεί ως

 ή  ή 

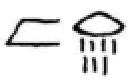
Η ερώτηση του πώς οι αρχαίοι Αιγύπτιοι βρήκαν τους συνδυασμούς των μοναδιαίων κλασμάτων απασχόλησε πολλούς μαθηματικούς. Φαίνεται ότι πάντα επέλεγαν το συνδυασμό που συμπεριελάμβανε το μεγαλύτερο μοναδιαίο κλάσμα που μπορούσε να υπάρξει.

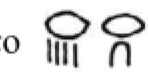
Για παράδειγμα, για το 2/35 το μεγαλύτερο μοναδιαίο κλάσμα που υπάρχει είναι το 1/18, ώστε

$$2/35 = 1/18 + 1/630$$

Η συγκεκριμένη μέθοδος φαίνεται αποτελεσματική γιατί (όντας το 1/630 τόσο μικρό) οι Αιγύπτιοι στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές θα χρησιμοποιούσαν το 1/18 ως την κοντινότερη προσέγγιση στο 2 : 35.

Παρομοίως, 13/20 = 1/2 + 1/7 + 1/140

Ώστε  θα αποτελούσε μια αποδεκτή προσέγγιση στο 13 : 20.

10. Να εξηγήσεις γιατί το  θα αποτελούσε μια αποδεκτή προσέγγιση στο 29 : 80.

Αφού απαντήσεις στην ερώτηση 11 της επόμενης σελίδας, ίσως θελήσεις να παίξεις ένα δύσκολο παιχνίδι, το οποίο αφορά σε κλάσματα.
Να ζητήσεις από κάποιον φίλο σου να σε βοηθήσει.

Ο καθένας από εσάς προσθέτει δύο μοναδιαία κλάσματα, για να τα μετατρέψει σε ένα απλό σύγχρονο κλάσμα.

Να ανταλλάξετε μεταξύ σας τα απλά κλάσματα που έχετε βρει.

Ο καθένας από εσάς προσπαθεί να βρει τα δύο μοναδιαία κλάσματα που ο φίλος του έχει προσθέσει.

Να συγκρίνετε και να συζητήσετε τις απαντήσεις σας.

Για να γράψει κάποιος ιερογλυφικά έπαιρνε αρκετό χρόνο, για αυτό δεν προκαλεί έκπληξη το γεγονός ότι οι Αιγύπτιοι, καθώς έγραφαν περισσότερο, ανέπτυξαν μια πιο απλή μορφή γραφής, η οποία χαρακτηρίστηκε ιερατική. Η ιερατική γραφή χρησιμοποιήθηκε για το καθημερινό γράψιμο (2000 π.Χ.) και θεωρήθηκε περισσότερο κατάλληλη για το γράψιμο με μελάνι πάνω σε έτοιμα φύλλα πάπυρου. Ακολουθεί μια λίστα με ιερατικούς αριθμούς:

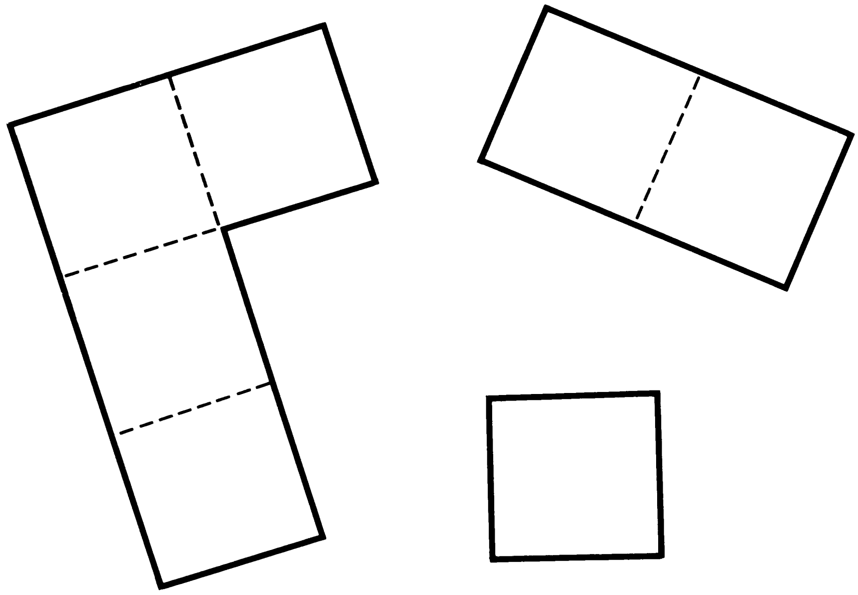
Όπως βλέπεις, τα κλάσματα 1/2, 1/3, 1/4 και 2/3 είχαν τα δικά τους ξεχωριστά σύμβολα. Για όλα τα υπόλοιπα κλάσματα χρησιμοποιήθηκε η ίδια μέθοδος με αυτήν που χρησιμοποιήθηκε για τα κλάσματα στα ιερογλυφικά με μόνη διαφορά ότι το ανοιχτό στόμα αντικαταστάθηκε από μια τελεία. Για παράδειγμα:

ήταν 18, επομένως ήταν 1/18
ήταν 5, επομένως ήταν 1/5

11. Πώς μπορείς να μεταφράσεις το ;

Μπορείς να διακρίνεις τα κλάσματα που υπάρχουν στο τμήμα του παπύρου της παρακάτω εικόνας;
Ίσως μπορέσεις να μεταγράψεις μερικά από αυτά.

Διερευνώντας τη συμμετρία

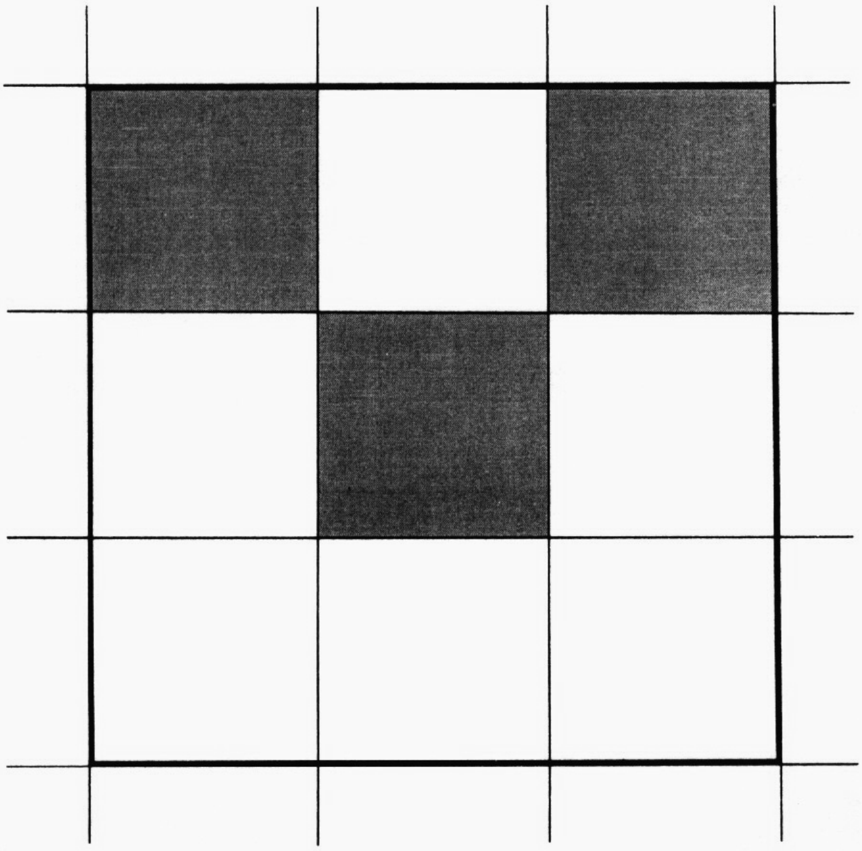


Να αντιγράψεις αυτά τα τρία σχήματα σε τετραγωνισμένο χαρτί και να τα κόψεις.

Να χρησιμοποιήσεις τα κομμάτια για να φτιάξεις συμμετρικά σχήματα.
Να σχεδιάσεις τα σχήματα που κατασκεύασες.

Smile **1781**

Τρία από εννέα



Να πάρεις ένα τετράγωνο 3Χ3.

Να σκιάσεις 3 τετράγωνα.

Πόσα διαφορετικά σχέδια μπορείς να κάνεις;

Τι θα συμβεί αν σκιάσεις διαφορετικό αριθμό τετραγώνων;

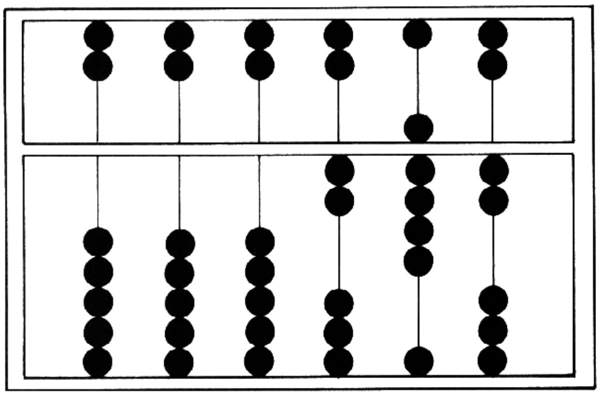
Ή αν αρχίσεις με διαφορετικού μεγέθους τετράγωνο;

Να το διερευνήσεις.

Ποιος αριθμός;

Smile **1786**

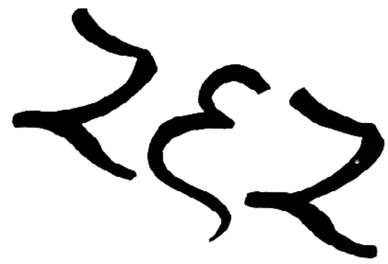
Ο ίδιος αριθμός έχει γραφεί με επτά διαφορετικούς τρόπους.
Μπορείς να βρεις τον αριθμό;



Κινέζικος άβακας (αρχαίος και σύγχρονος)

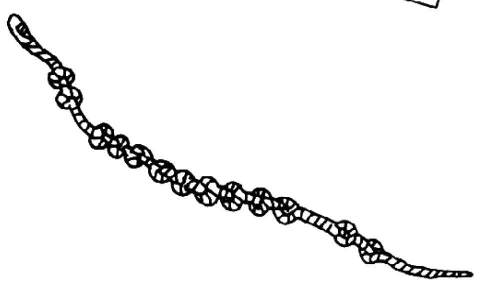
Αραβικά (σύγχρονα)

Ρωμαϊκά (περίπου 100 π.Χ.)



Χίντι (σύγχρονα)

Αρχαία ελληνικά (500 π.Χ.)



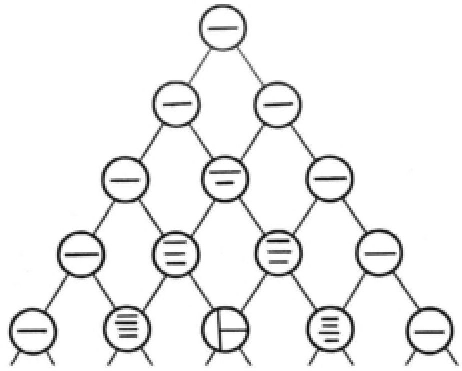
Ίνκα Κουίπου (Περού, 1600 π.Χ.)

Αρχαία αιγυπτιακά (2000 π.Χ.)

Με πόσους τρόπους μπορείς να γράψεις τον αριθμό 23;

Το κινέζικο τρίγωνο

Η διπλανή απεικόνιση του Κινέζικου Τριγώνου είναι βασισμένη σε ένα διάγραμμα από το 'Ssu- yuan yu-chien' ("Πολύτιμος καθρέφτης των Τεσσάρων Στοιχείων") που έγραψε ο Chu Shih-chien το 1303. Αυτή ήταν η πρώτη αναφορά που βρέθηκε για το τρίγωνο.

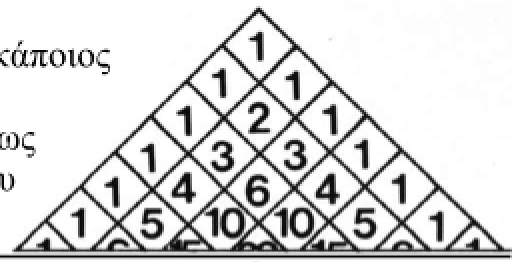


Η διάταξη των αριθμών, όπως παρουσιάζεται παραπάνω, είναι από τις πιο γνωστές στην ιστορία των μαθηματικών. Ήταν γνωστή στην Κίνα από το 1100 π.Χ. και σε αυτήν αναφέρεται ο Omar Khayyam, ο Άραβας ποιητής και μαθηματικός που έζησε από το 1050 έως το 1123.

Δεν είναι γνωστό αν η συγκεκριμένη διάταξη των αριθμών έγινε γνωστή στις δύο απομακρυσμένες αυτές χώρες το ίδιο περίπου χρονικό διάστημα ή αν πληροφορίες για αυτήν ακολούθησαν τη "διαδρομή του μεταξιού", η οποία συνέδεε την Κίνα με την Αραβία.

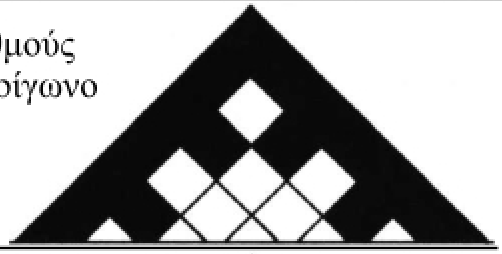
Στις αρχές του 15ου αιώνα, ο Γάλλος μαθηματικός Pascal συνέγραψε μια πραγματεία για αυτό και από τότε το Κινέζικο Τρίγωνο αναφέρεται ως Τρίγωνο του Pascal στα Ευρωπαϊκά διδακτικά εγχειρίδια.

Το τρίγωνο σχηματίζεται από διαδοχικές προσθέσεις: κάποιος αριθμός σε μια τυχαία θέση είναι δυνατό να βρεθεί, αν προσθέσουμε τους δύο αριθμούς που βρίσκονται αμέσως πάνω από αυτόν. Επομένως, οι πέντε πρώτες σειρές του τριγώνου εμφανίζονται όπως δείχνει η διπλανή εικόνα:



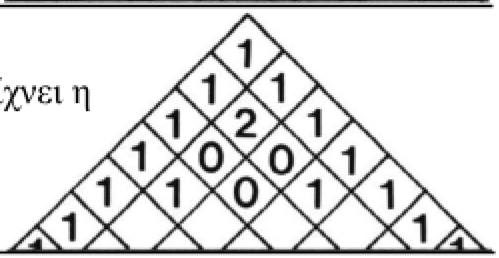
Αν επιλέξεις δύο χρώματα, ένα για τους περιττούς αριθμούς και ένα διαφορετικό χρώμα για τους άρτιους, τότε το τρίγωνο θα εμφανιστεί όπως δείχνει η διπλανή εικόνα:

Να συνεχίσεις το σχέδιο: Τι παρατηρείς;



Αν γράψεις το τρίγωνο σε mod3, οι πρώτες πέντε σειρές του τριγώνου θα μοιάζουν με αυτό που δείχνει η διπλανή εικόνα:

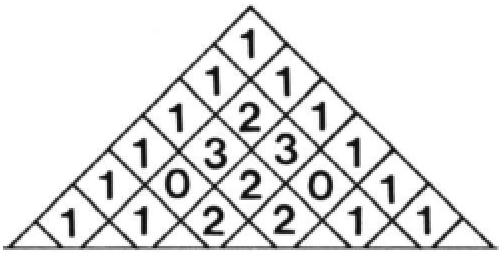
Τι συμβαίνει αν συνεχίσεις;



Αν οι τέσσερις πρώτες σειρές γραφούν σε mod4, θα μοιάζουν με αυτό που δείχνει η διπλανή εικόνα:

Τι συμβαίνει αν συνεχίσεις;

Μπορείς να βρεις κάποιες άλλες κανονικότητες στο Κινέζικο Τρίγωνο;



Smile **1792**

Ν ιώθεις πείνα;

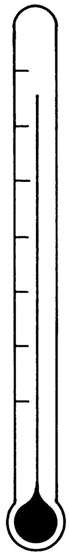
Θα χρειαστείς το φύλλο κατασκευής **1792Α**.

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Α.Νιζάμ

Νιώθεις πεινασμένος!

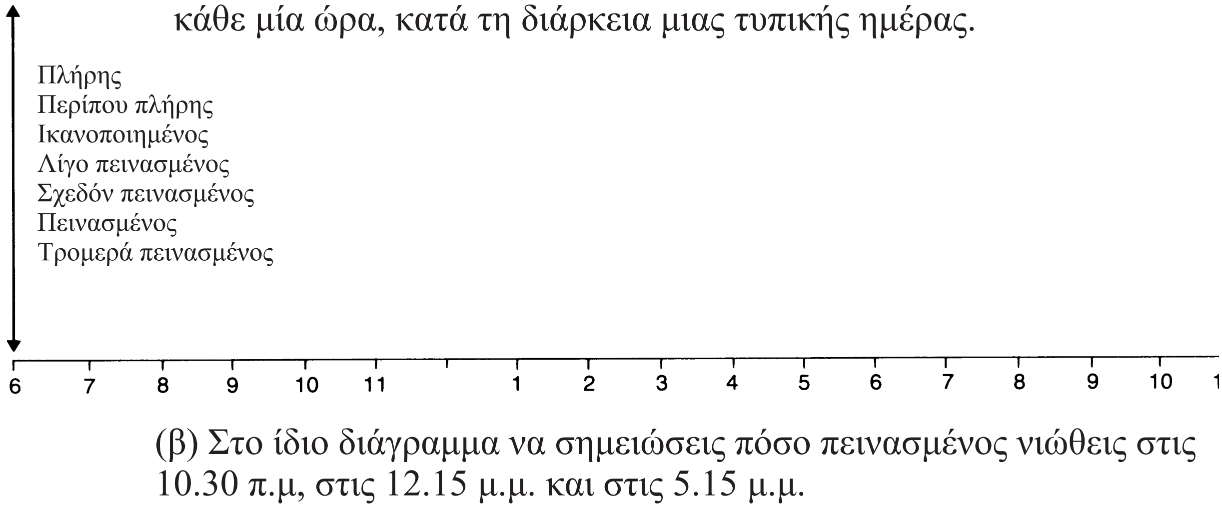
Πόσο πεινάς αυτή τη στιγμή;
Φαντάσου ότι υπάρχει ένα ειδικό «πεινόμετρο» που μετρά την πείνα. Τι θα έδειχνε στη δική σου περίπτωση;

Πλήρης
Περίπου πλήρης
Ικανοποιημένος
Λίγο πεινασμένος
Σχεδόν πεινασμένος
Πεινασμένος
Τρομερά πεινασμένος



«Πεινόμετρο»

(α) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις το διάγραμμα παρακάτω, μαρκάροντας τα σημεία που δείχνουν πόσο πεινασμένος αισθάνεσαι κάθε μία ώρα, κατά τη διάρκεια μιας τυπικής ημέρας.



(β) Στο ίδιο διάγραμμα να σημειώσεις πόσο πεινασμένος νιώθεις στις 10.30 π.μ, στις 12.15 μ.μ. και στις 5.15 μ.μ.

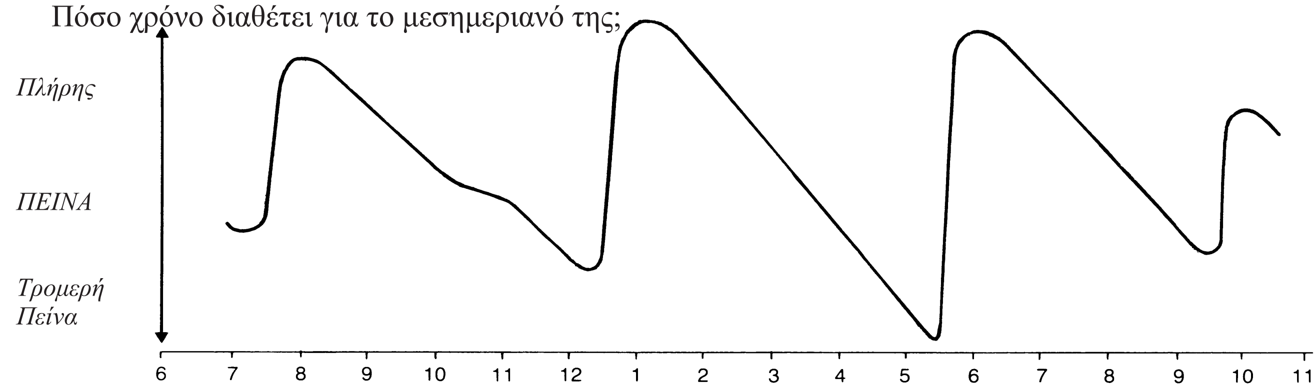
(γ) Αν θα σημείωνες πόσο πεινασμένος νιώθεις κάθε λεπτό της ημέρας, με τι θα έμοιαζε η γραφική σου παράσταση;

Η μέρα της Νατάσας

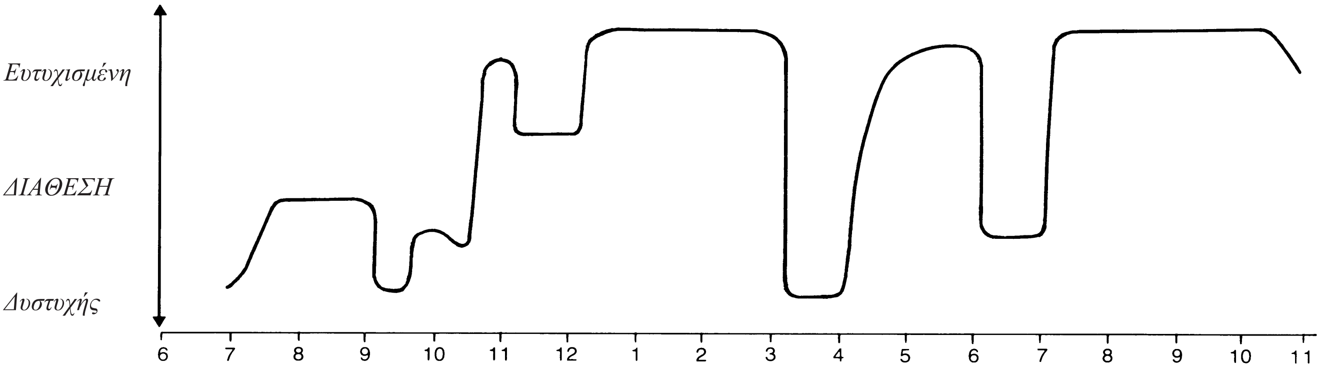
Smile **1792**

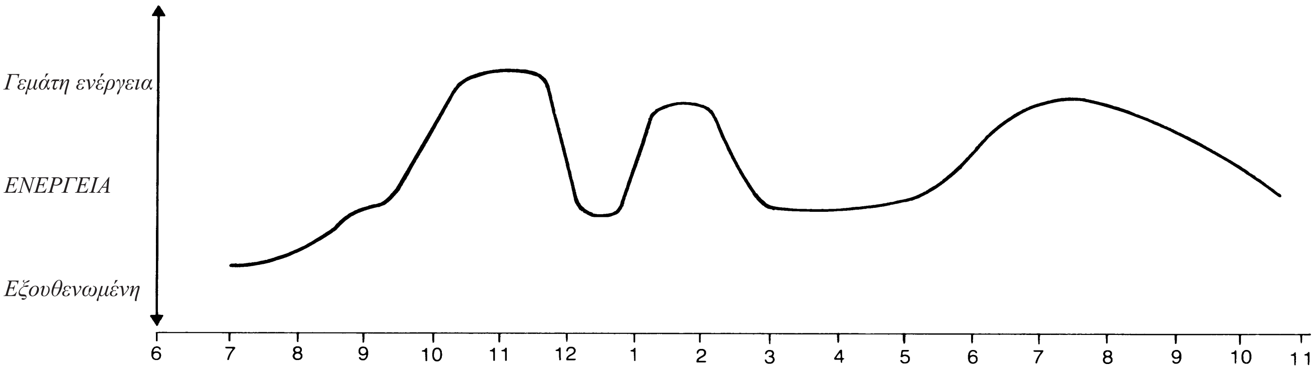
(δ) Η Νατάσα κατασκεύασε μια γραφική παράσταση που παρουσιάζει το αίσθημα της πείνας που ένιωσε κατά τη διάρκεια μιας τυπικής ημέρας. Να γράψεις όλες τις πληροφορίες που μπορείς να αντλήσεις από αυτό. Στην απάντησή σου θα πρέπει να σχολιάσεις τα παρακάτω:

Πόσα ήταν τα γεύματά της κατά τη διάρκεια της ημέρας; Πώς το ξέρεις;
Ποιο ήταν το μεγαλύτερο γεύμα; Πώς το ξέρεις; Παίρνει κάτι για πρωινό;
Πόσο χρόνο διαθέτει για το μεσημεριανό της;



(ε) Οι δύο γραφικές παραστάσεις παρακάτω παρουσιάζουν άλλες πληροφορίες για το πώς νιώθει η Νατάσα κατά τη διάρκεια της ημέρας. Η πρώτη γραφική παράσταση παρουσιάζει τη διάθεσή της σε διάφορες ώρες της ημέρας.
Η δεύτερη γραφική παράσταση παρουσιάζει το πόσο κουρασμένη αισθάνθηκε.
Να εξηγήσεις λεπτομερώς τι δείχνουν οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις.





Γύρισε σελίδα

Smile **1792**

Η δική σου ημέρα

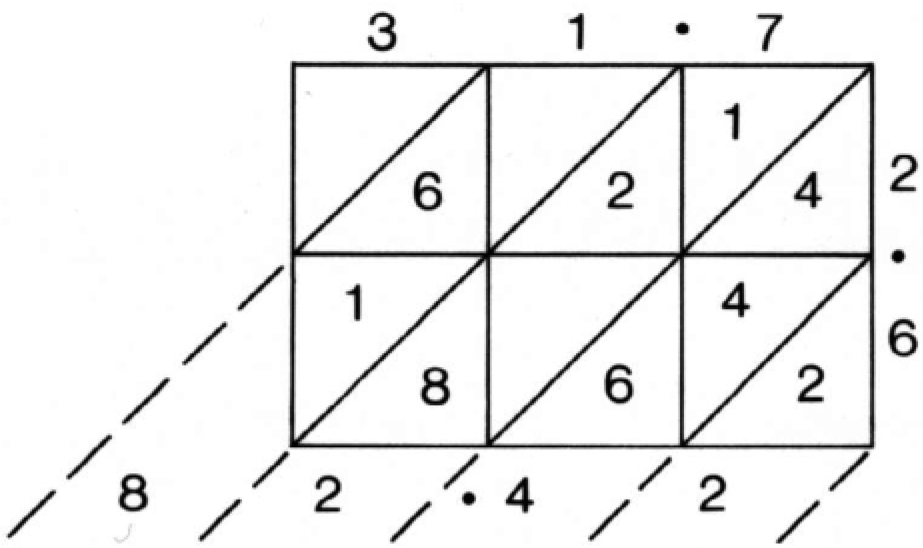
(στ) Να σκεφτείς μια δική σου μέρα, να φτιάξεις τον άξονα του χρόνου και να σχεδιάσεις μερικές δικές σου γραφικές παραστάσεις.
Ίσως θα ήθελες να φτιάξεις ένα διάγραμμα που να παρουσιάζει:
πόσο κουρασμένος-η αισθάνθηκες κατά τη διάρκεια της ημέρας
ή
πόσο χαρούμενος-η αισθάνθηκες κατά τη διάρκεια της ημέρας
ή πόσο ζεστάθηκες/κρύωσες κατά τη διάρκεια της ημέρας
ή
πόσο βαρετή/ενδιαφέρουσα ήταν η ημέρα σου.

Αυτή η δραστηριότητα προέρχεται από τη συλλογή "Η γλώσσα των γραφικών παραστάσεων", μια συλλογή με διδακτικό υλικό του Malcolm Suam, ISBN 0906126118

Smile **1800**

Gelosia για δεκαδικούς

Gelosia αποκαλείται μια γρήγορη μέθοδος πολλαπλασιασμού μεγάλων αριθμών (δες τη δραστηριότητα **0174**). Η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί, επίσης, για τον πολλαπλασιασμό δεκαδικών αριθμών.



Πώς θα ξέρεις πού να τοποθετήσεις την υποδιαστολή στην απάντησή σου;

Να επιχειρήσεις να κάνεις τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς με τον ίδιο τρόπο:

4,32 x 3,6　　　　0,26 x 24,8
247 x 0,52　　　　9,2 x 35

Υπάρχει κάποιος κανόνας;

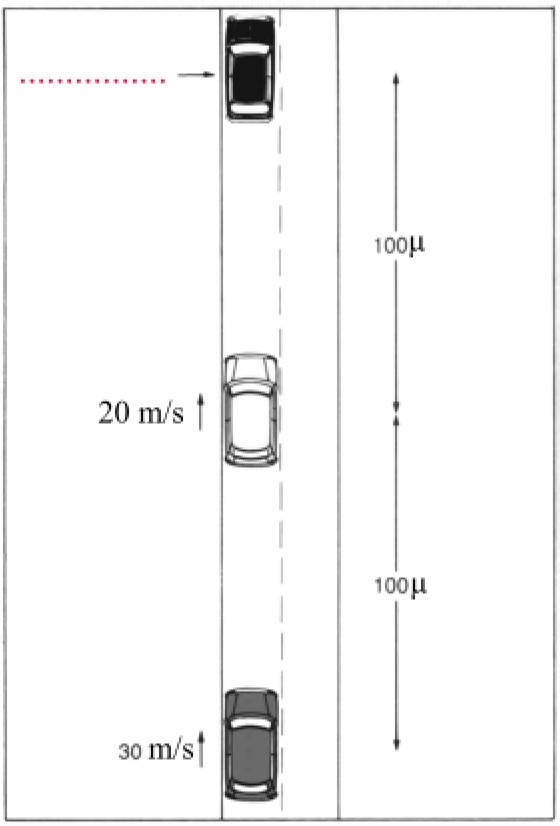
Φωτογραφίες από ελικόπτερο

Smile **1818**

Θα χρειαστείς αρκετά αντίγραφα του φύλλου εργασίας 1818Α και χρώματα.

Smile **1818**

Ένα ελικόπτερο διακρίνει τρία αυτοκίνητα να ταξιδεύουν βόρεια κατά μήκος ενός στενού εξοχικού δρόμου και φωτογραφίζει τη σκηνή.

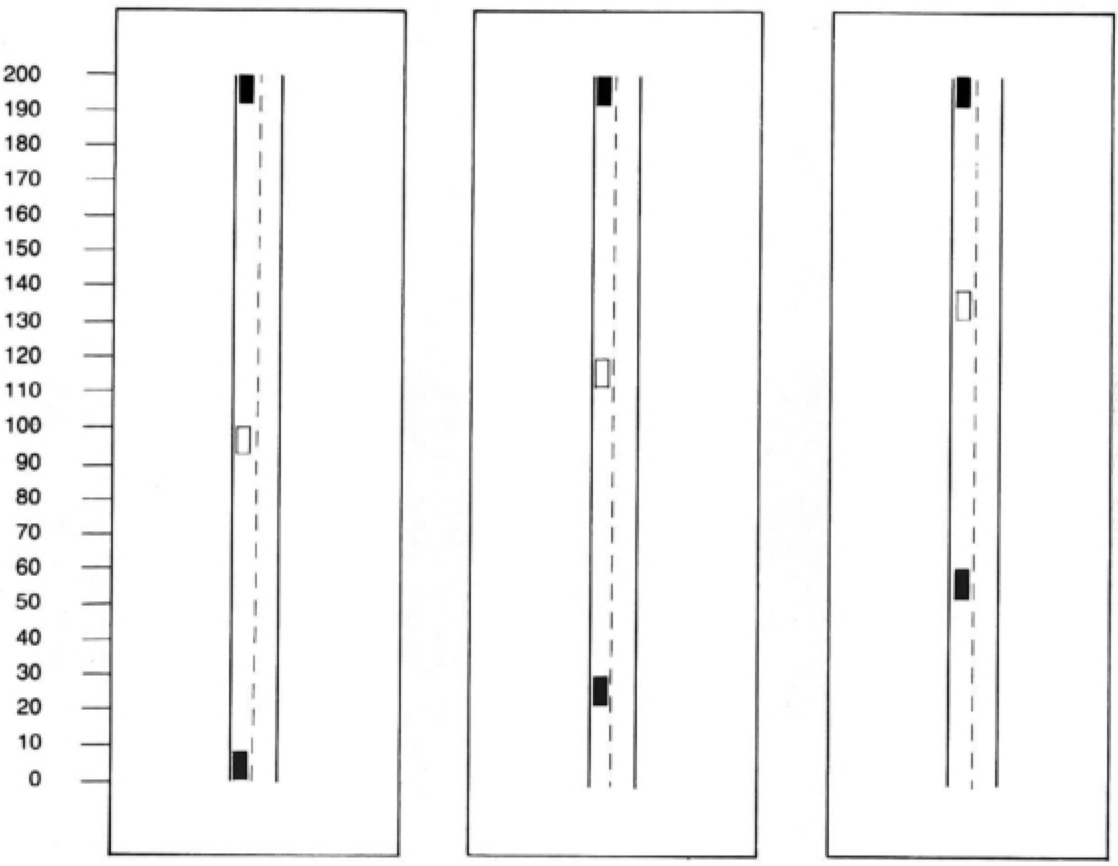


1. Αν το πλάτος του συγκεκριμένου δρόμου αρκεί μόνο για να προσπεράσουν δύο αυτοκίνητα το ένα το άλλο με ασφάλεια και τα αυτοκίνητα συνεχίσουν να κινούνται με τις ίδιες σταθερές ταχύτητες, τι θα συμβεί στα επόμενα δευτερόλεπτα;

Σημείωση: Η ταχύτητα μετριέται είτε σε μέτρα ανά δευτερόλεπτο (m/s) είτε σε μίλια ανά ώρα (mph). Από μια πρόχειρη αντιστοίχιση προκύπτει ότι 10m/s ισοδυναμεί με 20mph.

Φαντάσου ότι είσαι επιβάτης του συγκεκριμένου ελικόπτερου. Κάθε δευτερόλεπτο τραβάς και μια φωτογραφία της κίνησης στο δρόμο κάτω.

Οι πρώτες τρεις φωτογραφίες μοιάζουν ως εξής:



2. Σε ένα φύλλο με κενά στιγμιότυπα να συμπληρώσεις μια σειρά φωτογραφιών που τραβήχτηκαν ανά δευτερόλεπτο. Θα βοηθούσε, αν χρησιμοποιήσεις χρώματα.

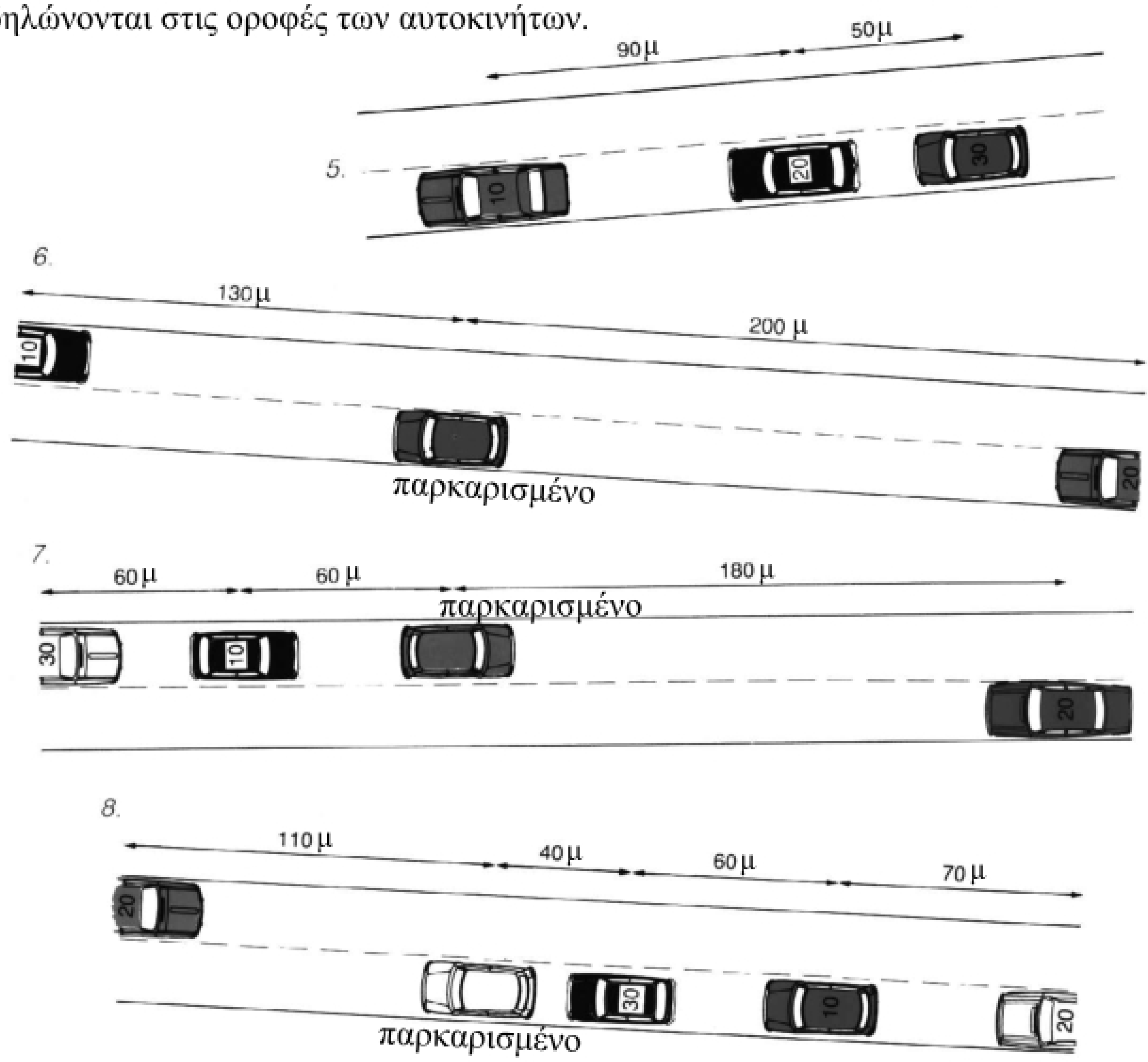
3. Να γράψεις τι συμβαίνει.

4. Να υποθέσεις ότι το μαύρο αυτοκίνητο ταξιδεύει αργά με ταχύτητα 10 μέτρα /το δευτερόλεπτο. Τι θα μπορούσε να συμβεί και πότε;

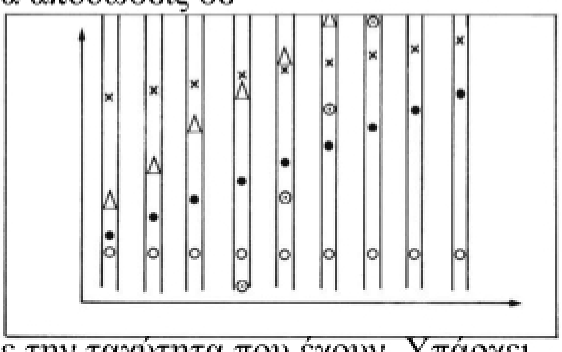
Γύρισε σελίδα

Περισσότερα προβλήματα κυκλοφορίας

Καθώς πετάς βόρεια, φωτογραφίζεις κάποιες άλλες καταστάσεις κυκλοφοριακής κίνησης. Μερικές από αυτές παρουσιάζονται παρακάτω. Οι ταχύτητες (σε m/s) δηλώνονται στις οροφές των αυτοκινήτων.



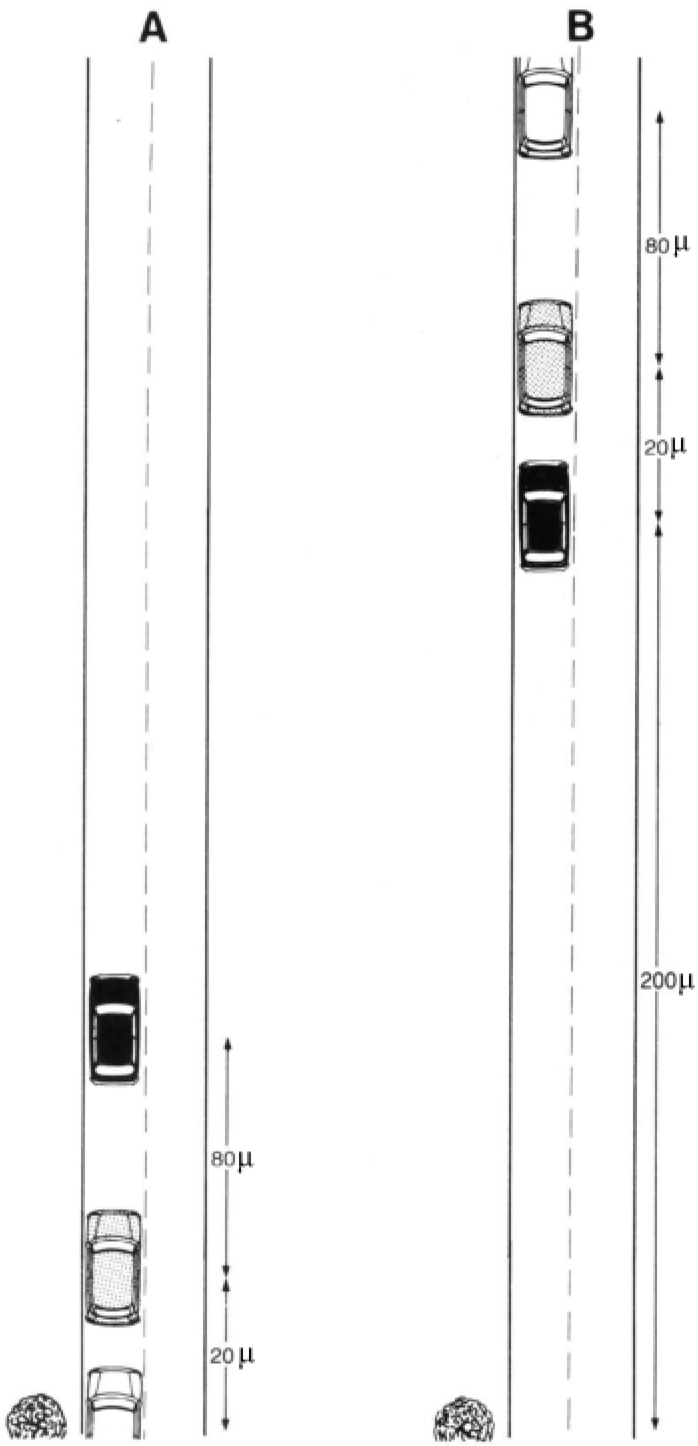
Να σχεδιάσεις καθεμία από τις παραπάνω καταστάσεις με τη σειρά σε ένα χωριστό κενό φύλλο στιγμιότυπων. Να φροντίσεις να αποδώσεις σε κάθε αυτοκίνητο τη σωστή ταχύτητα και θέση εκκίνησης.
Να αναφέρεις τι συμβαίνει.



9. Το διάγραμμα της διπλανής εικόνας παρουσιάζει κάποια κατάσταση κυκλοφοριακής κίνησης, η οποία αφορά σε πέντε αυτοκίνητα.
Να τοποθετήσεις τα αυτοκίνητα ανάλογα με την ταχύτητα που έχουν. Υπάρχει κάποιος γρήγορος τρόπος που να δηλώνει ποιο αυτοκίνητο πηγαίνει πιο γρήγορα από όλα τα άλλα;

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα συμπεριλαμβάνεται στο "Γλώσσα των Γραφικών Παραστάσεων", μια συλλογή διδακτικού υλικού του Malcolm Swan (ISBN 0906126 11 8).

Το διάγραμμα Α παρουσιάζει τρία αυτοκίνητα να ταξιδεύουν με σταθερή ταχύτητα.
Το διάγραμμα Β παρουσιάζει μια άποψη του ίδιου τμήματος του δρόμου 10 δευτερόλεπτα αργότερα.

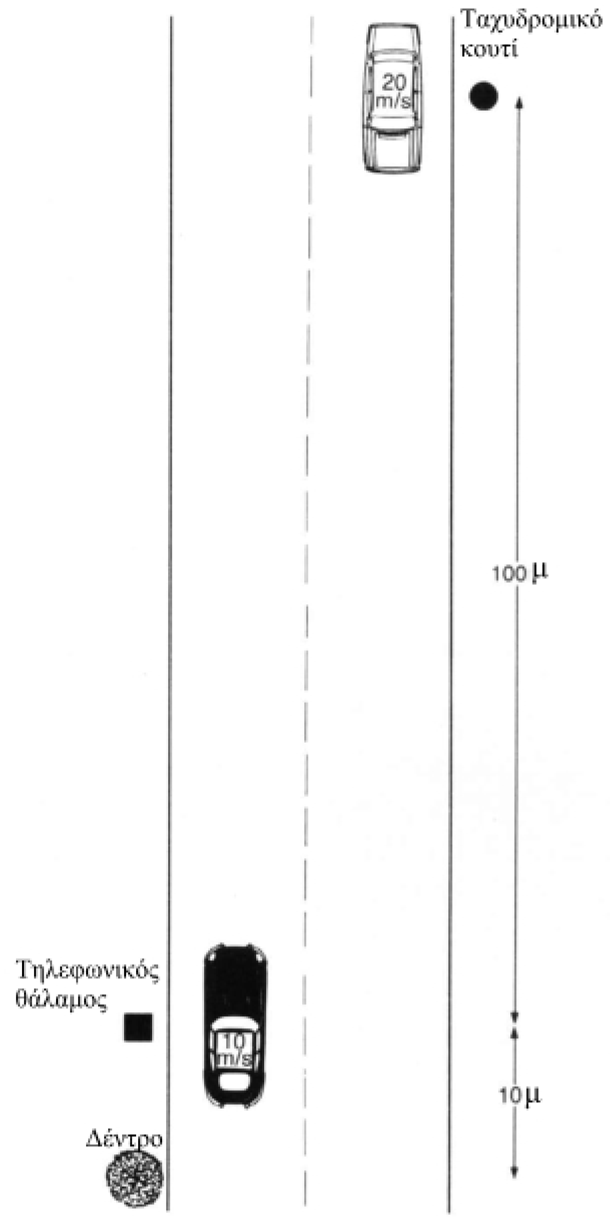


9. Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα, για να δείξεις τι συνέβη στη διάρκεια των συγκεκριμένων 10 δευτερολέπτων.

10. Να περιγράψεις τι συνέβη.

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα προέρχεται από το "Γλώσσα των Γραφικών Παραστάσεων", μια συλλογή διδακτικού υλικού του Malcolm Swan (ISBN 0906126 11 8).

Προσπέραση



Το μαύρο αυτοκίνητο ταξιδεύει με ταχύτητα 10 μέτρα το δευτερόλεπτο και το άσπρο αυτοκίνητο ταξιδεύει προς την αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα 20 μέτρα το δευτερόλεπτο.

1. Σε πόσο χρόνο το μαύρο αυτοκίνητο θα φτάσει στο ταχυδρομικό κουτί;

2. Σε πόσο χρόνο το άσπρο αυτοκίνητο θα φτάσει στον τηλεφωνικό θάλαμο;

3. Πότε θα συναντηθούν τα δύο αυτοκίνητα μεταξύ τους;

4. Πόσο θα απέχουν από το δέντρο εκείνη τη στιγμή;

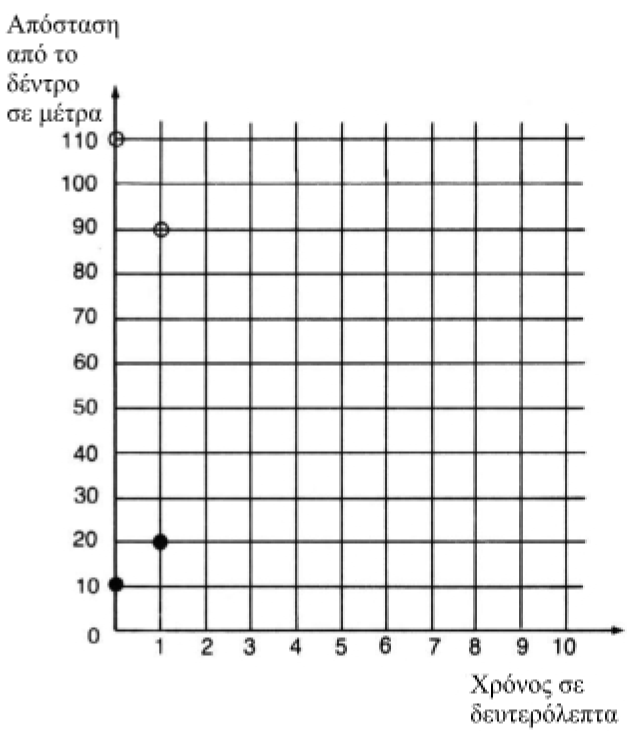
Σημείωση: *Η ταχύτητα μετριέται σε μέτρα ανά δευτερόλεπτο (m/s) και σε μίλια ανά ώρα (mph). Από μια πρόχειρη αντιστοίχιση προκύπτει ότι 10m/s ισοδυναμεί με 20 mph.*

Μια μέθοδος επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος συμπεριλαμβάνει τη σχεδίαση γραφικής παράστασης.

Ακολουθεί ένα διάγραμμα που παρουσιάζει την απόσταση του κάθε αυτοκινήτου από το δέντρο στην αρχή (0 δευτερόλεπτα) και μετά από 1 δευτερόλεπτο.

○ αντιπροσωπεύει το άσπρο αυτοκίνητο

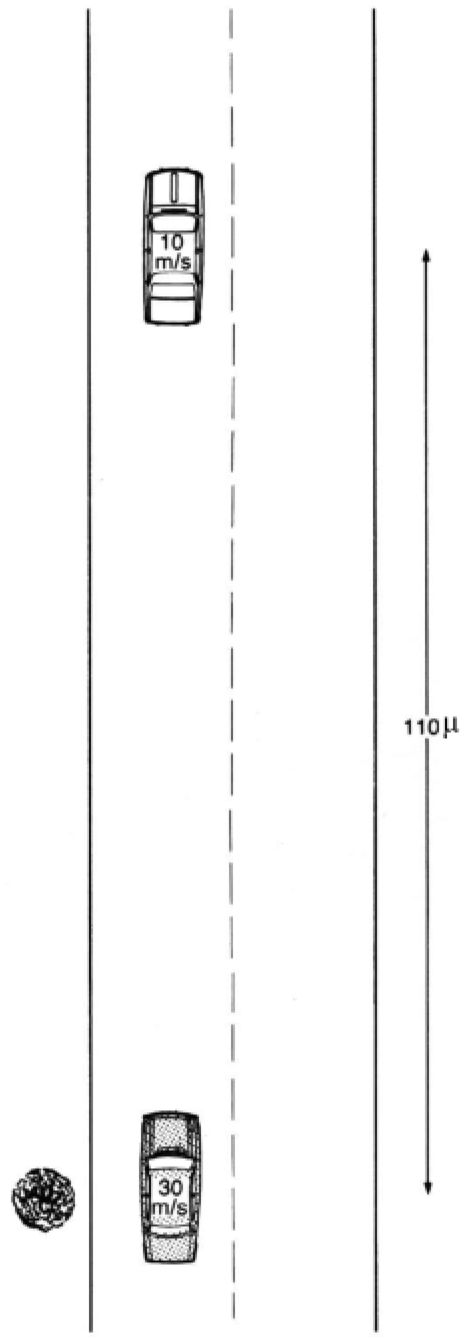
● αντιπροσωπεύει το μαύρο αυτοκίνητο



5. Να αντιγράψεις το παραπάνω διάγραμμα σε χαρτί σχεδίασης και να συμπληρώσεις το διάγραμμα για κάθε αυτοκίνητο ανά δευτερόλεπτο.

6. Πότε και πού θα συναντηθούν τα δύο αυτοκίνητα; Είναι η απάντησή σου όμοια με αυτήν που έδωσες προηγουμένως;

Το γκρι και το άσπρο αυτοκίνητο ταξιδεύουν προς την ίδια κατεύθυνση.



Να σχεδιάσεις ένα διάγραμμα που θα δείχνει την απόσταση από το δέντρο (0-200 μέτρα) σε σχέση με το χρόνο (0-20 δευτερόλεπτα), για να απαντήσεις στις ερωτήσεις που ακολουθούν.

7. Πότε το γκρι αυτοκίνητο θα προσπεράσει το άσπρο αυτοκίνητο;

8. Πόσο θα απέχουν από το δέντρο την ώρα της προσπέρασης;

Smile **1822**

Γινόμενο πρώτων αριθμών

Θα ήταν χρήσιμο να συνεργαστείς με κάποιον άλλο.

1. Να βρεις δύο ακέραιους αριθμούς μεγαλύτερους από το 1, το γινόμενο των οποίων θα είναι….

α) 39

β) 95

γ) 187

δ) 247

Και η μεγάλη πρόκληση ....

ε) 27641

2. Να βρεις έναν αριθμό μεγαλύτερο από το 27641, ο οποίος αποτελεί γινόμενο δύο πρώτων αριθμών.

Α Κ Ρ Ι Β Ω Σ   Δ Ε Κ Α

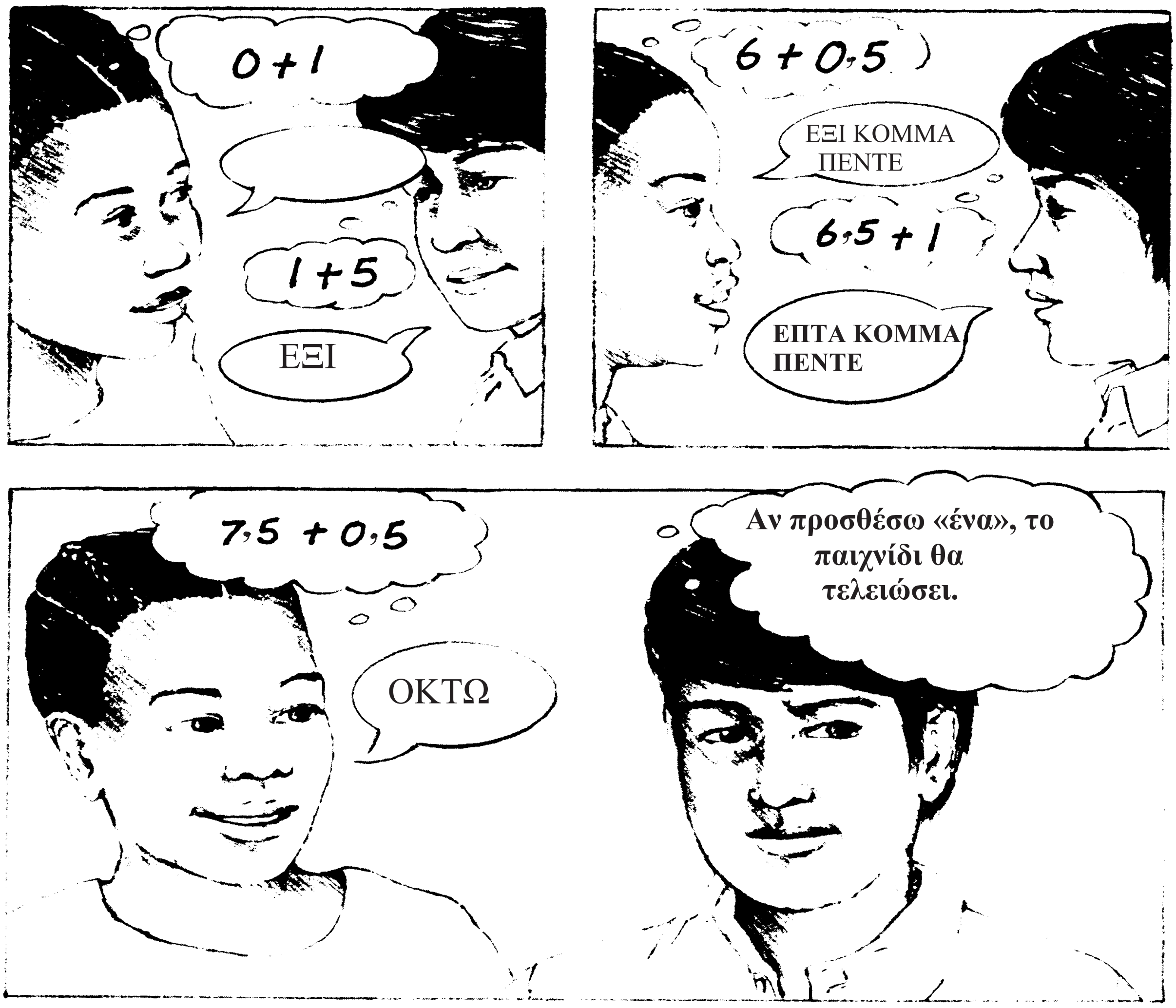
Ένα παιχνίδι για 2 παίκτες

Νικητής είναι ο παίκτης που θα συμπληρώσει πρώτος το 10.

Να ξεκινήσεις με το 0.

Κάθε παίκτης, όταν έρχεται η σειρά του, μπορεί να προσθέσει το 5, το 1 ή το 0,5.

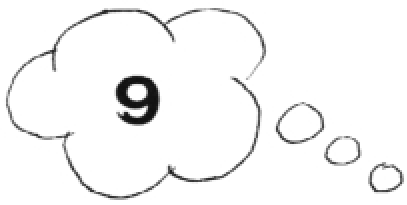
Μπορείτε να παίξετε το ίδιο παιχνίδι ορίζοντας ως στόχο αριθμούς διαφορετικούς από το 10.



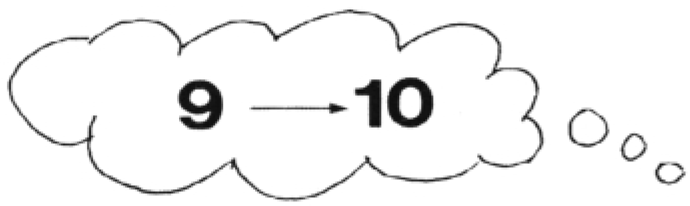
ΑΛΥΣΙΔΕΣ ΜΟΝΩΝ ΚΑΙ ΖΥΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ   Smile **1827**

Για 3 ή περισσότερα άτομα.

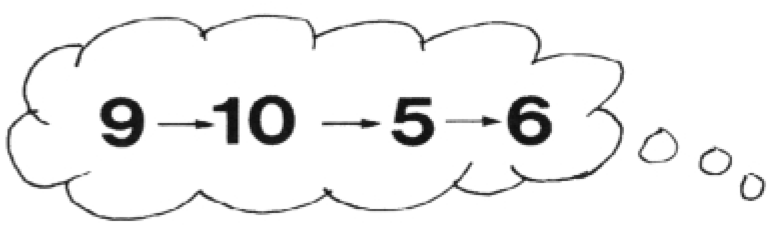
Σκέψου έναν αριθμό.



αν είναι ζυγός αριθμός - μοίρασέ τον στα δύο
αν είναι μονός αριθμός - πρόσθεσε ένα



Συνέχισε χρησιμοποιώντας τους ίδιους κανόνες.



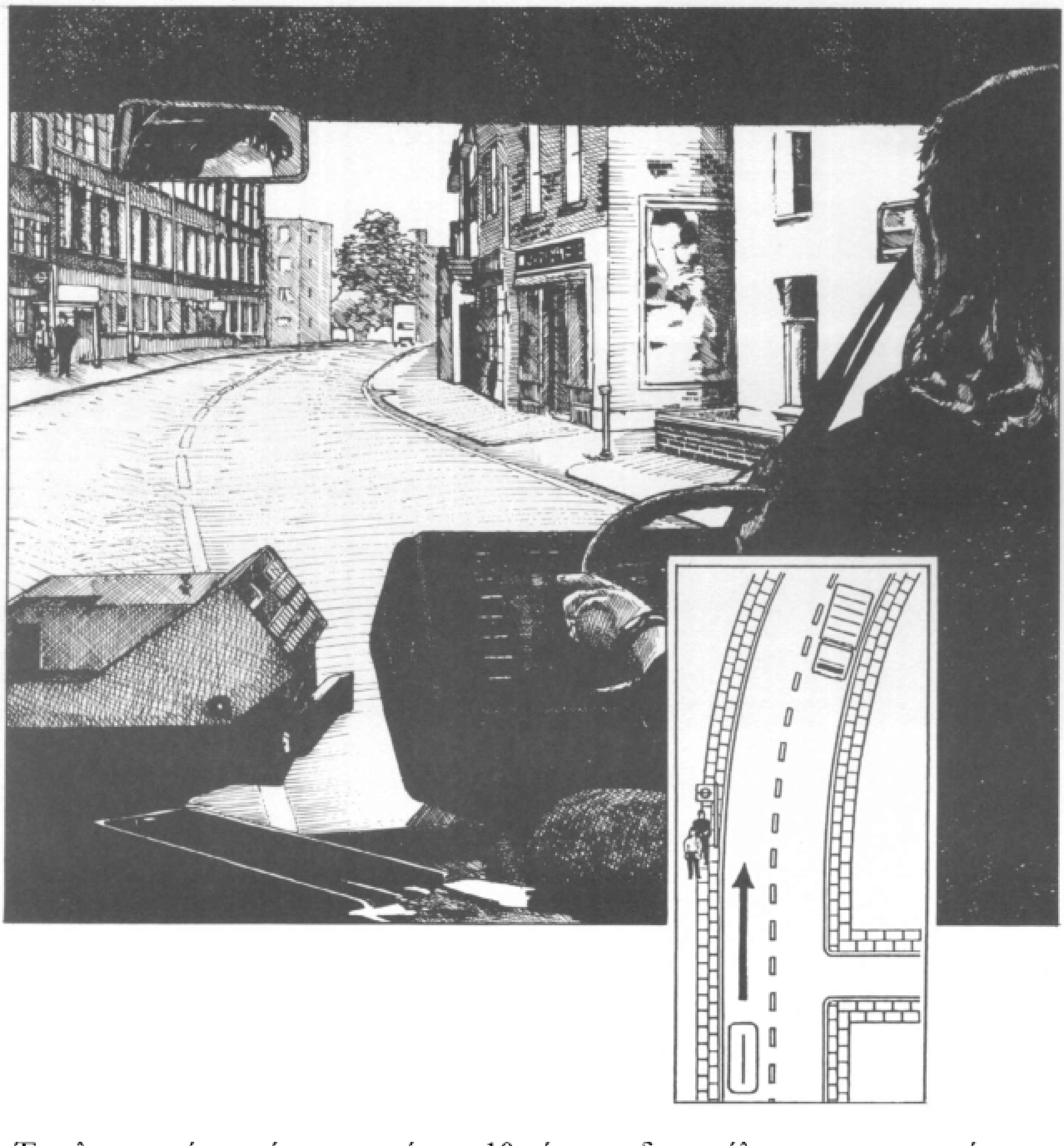
Ο καθένας στην ομάδα πρέπει να ξεκινήσει με διαφορετικό αριθμό.

Τι συμβαίνει;
Πόσο μεγάλες είναι οι αλυσίδες των αριθμών σου;
Ποια είναι η μεγαλύτερη αλυσίδα;
Ποια είναι η μικρότερη;
Μεγαλύτεροι αριθμοί δίνουν πάντα μεγαλύτερες αλυσίδες;

Smile **1830**

Η αρχή της "εξομάλυνσης"

Μια δραστηριότητα για δύο άτομα.

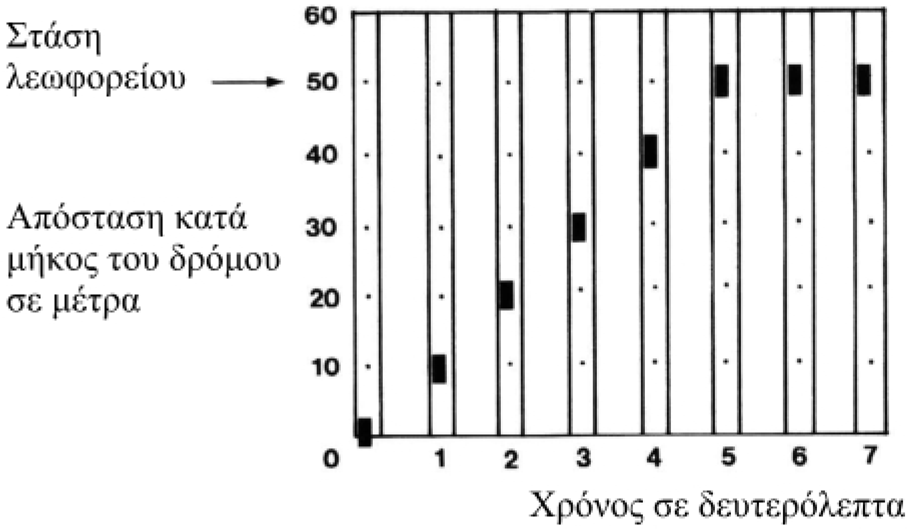


Ένα λεωφορείο κινείται με ταχύτητα 10 μέτρα το δευτερόλεπτο προς μια στάση λεωφορείου που βρίσκεται σε 50 μέτρα απόσταση.

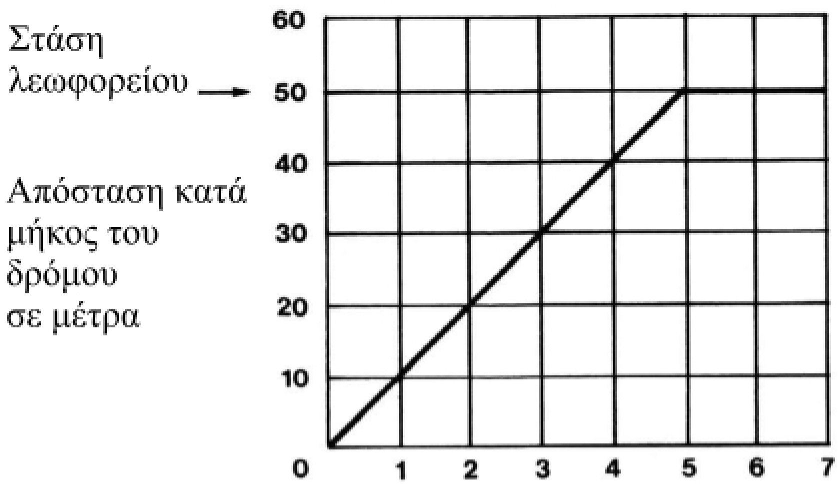
Πώς πιστεύεις ότι θα είναι η γραφική παράσταση της απόστασης που διανύει το λεωφορείο σε συνάρτηση με το χρόνο που χρειάζεται για να τη διανύσει;

Η γραφική σου παράσταση ίσως μοιάζει με ένα από τα ακόλουθα γραφήματα:

Γράφημα "φωτογραφίας ενός δευτερολέπτου"



Γράφημα "κινηματογραφικής ταινίας"



Κατά τα 5 πρώτα δευτερόλεπτα το λεωφορείο κινείται με σταθερή ταχύτητα 10 m/s.

Στη συνέχεια, φτάνοντας στη στάση, ξαφνικά ακινητοποιείται απότομα.

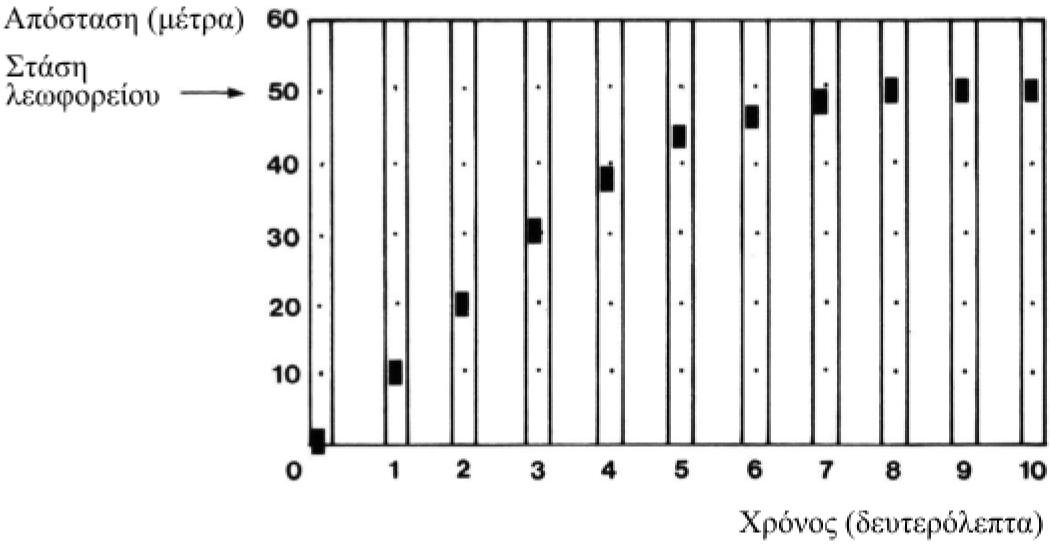
Το ξαφνικό σταμάτημα του λεωφορείου φαίνεται στον τρόπο με τον οποίο η γραφική παράσταση κάνει μια απότομη στροφή.

Τι θα συνέβαινε αν ένα πραγματικό λεωφορείο συμπεριφερόταν με αυτόν τον τρόπο;

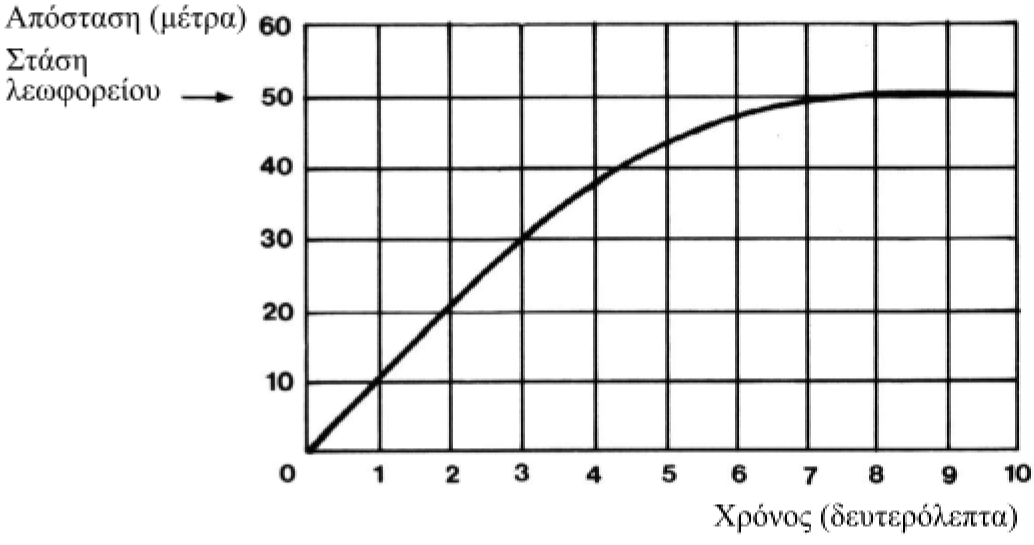
Στην πραγματικότητα, ένα λεωφορείο αρχίζει να μειώνει ταχύτητα πριν φτάσει στη στάση και σταδιακά σταματάει.

Οι γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν το δείχνουν.

"Φωτογραφίες ενός δευτερολέπτου" ενός πραγματικού λεωφορείου



Γραφική παράσταση "κινηματογραφικής ταινίας"
ενός πραγματικού λεωφορείου

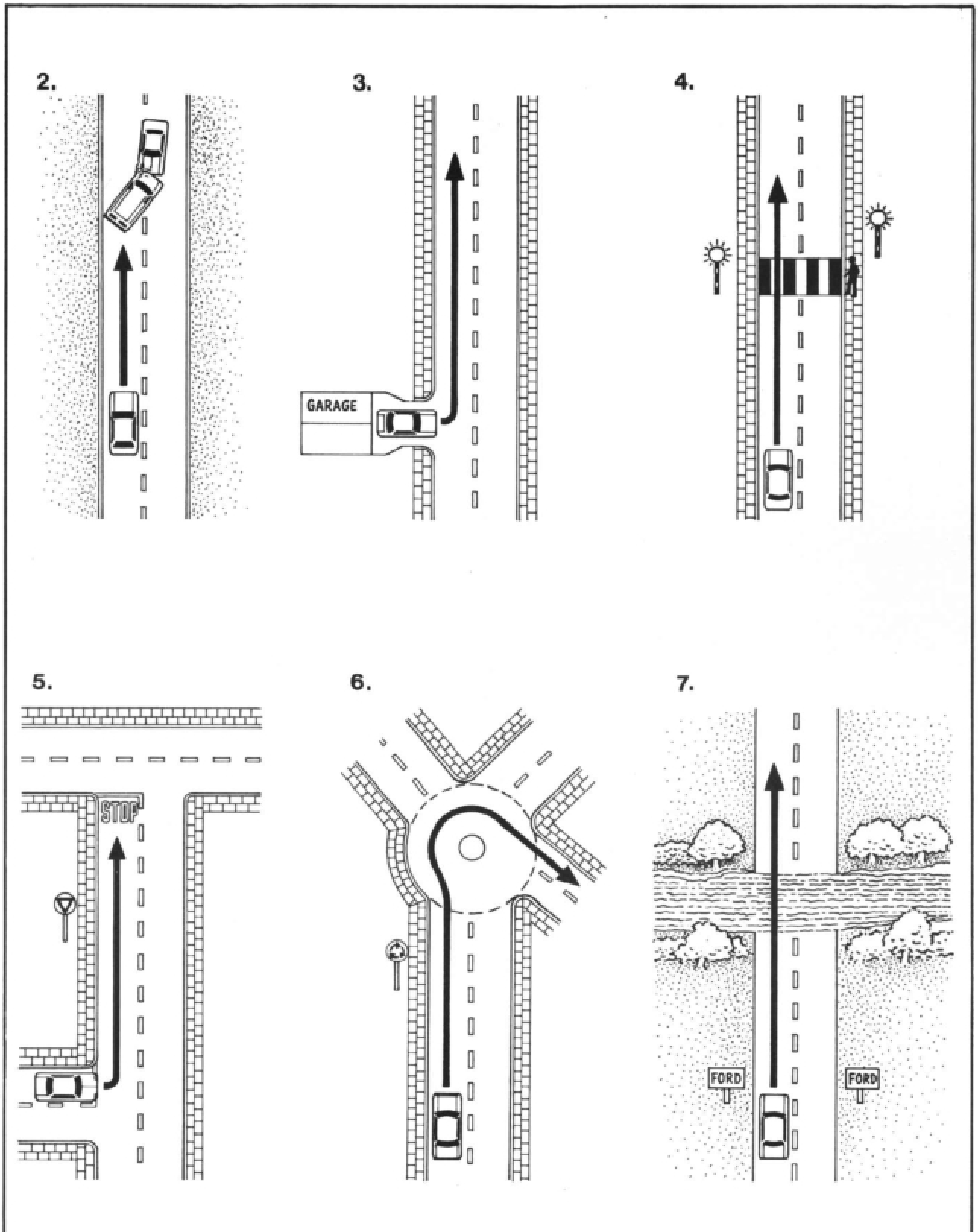


1. α) Πότε αρχίζει να πατάει φρένο ο οδηγός;
   β) Πότε σταματάει πραγματικά το λεωφορείο;
   γ) Για πόση ώρα μειώνει ταχύτητα το λεωφορείο;

Να προσέξεις ότι οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις είναι ομαλές καμπύλες. Αυτό συμβαίνει επειδή το λεωφορείο αλλάζει σταδιακά ταχύτητα.

Smile **1830**

Για καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις, να σχεδιάσεις τη γραφική παράσταση της απόστασης σε συνάρτηση με το χρόνο, η οποία θα περιγράφει τι θα συμβεί στα επόμενα δευτερόλεπτα…..

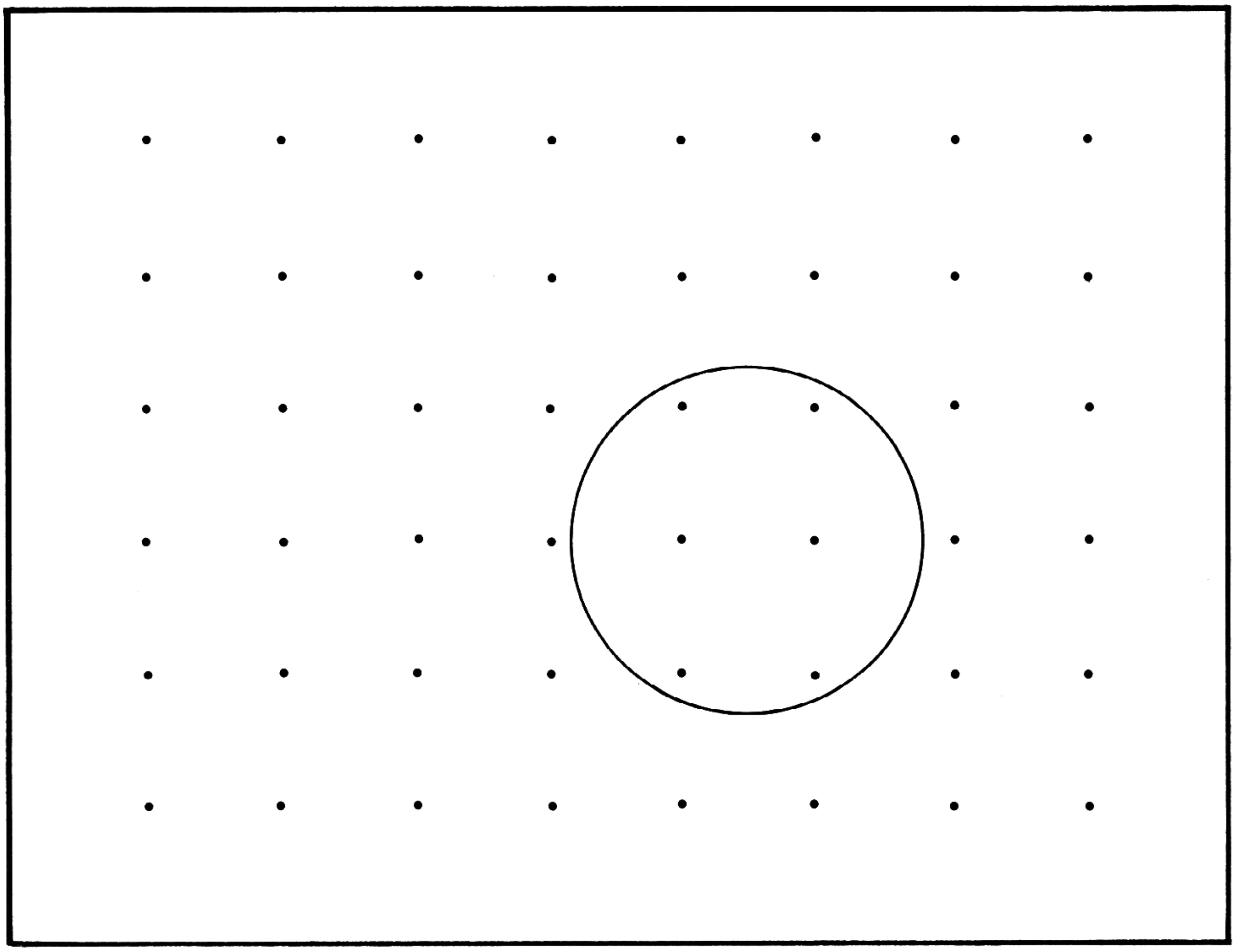


Η συγκεκριμένη δραστηριότητα ανήκει στη συλλογή εκπαιδευτικού υλικού του Malcom Swan, "The Language of Graphs", ISBN 0906126118.

ΚΥΚΛΟΙ ΚΑΙ ΤΕΛΕΙΕΣ

Smile **1831**

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί με τελείες που απέχουν 2 εκατοστά.



Ο κύκλος αυτός περικλείει 6 τελείες.

Μπορείς να σχεδιάσεις έναν κύκλο που να περικλείει 2 τελείες;
……… 3 τελείες;
……… 4 τελείες;

Να διερευνήσεις και άλλες περιπτώσεις κύκλων που να περικλείουν διαφορετικό αριθμό από τελείες.

Θα μπορούσες, αν ήθελες, να πραγματοποιήσεις την έρευνα αυτή σε ισομετρικό χαρτί με τελείες.

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Ε.Κυριάκη, Α.Πετρίδου, Α.Νιζάμ

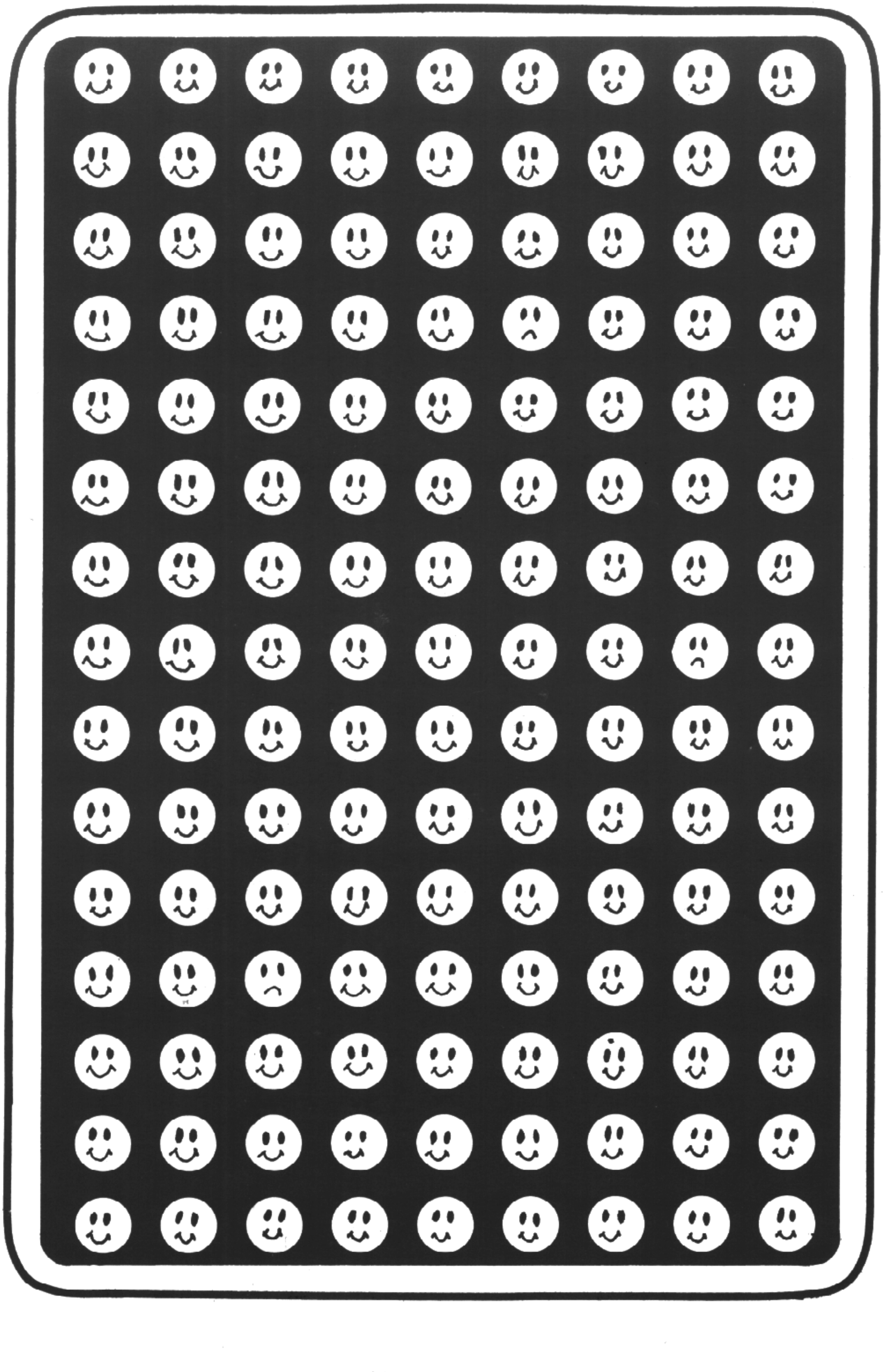
Smile **1839**

Θα χρειαστείς μια τράπουλα που θα της λείπει ένα τραπουλόχαρτο.

Ποιο τραπουλόχαρτο λείπει;

Να εξηγήσεις πώς το βρήκες.

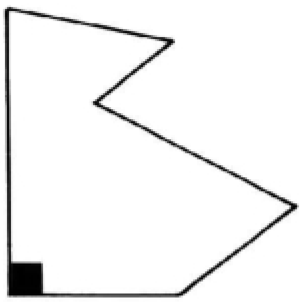
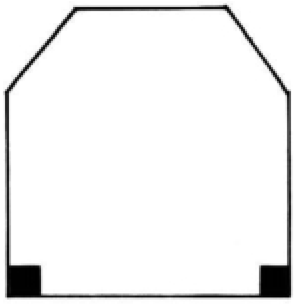
Smile **1839**



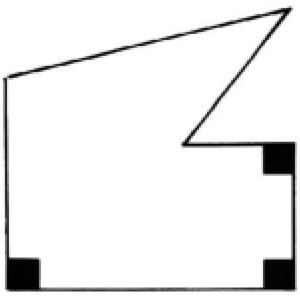
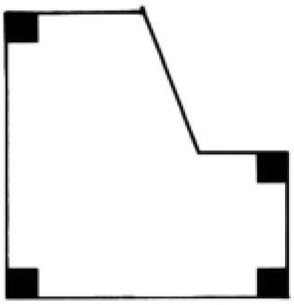
Πολύγωνα και ορθές γωνίες

Ένα εξάγωνο έχει 6 πλευρές.

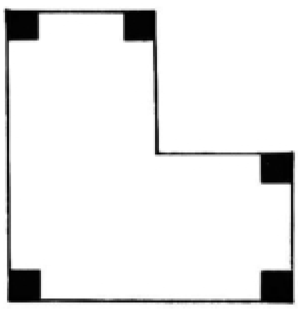
Μπορεί να έχει ….

1 ορθή γωνία …. ή 2 ορθές γωνίες…..

ή 3 ορθές γωνίες…..ή 4 ορθές γωνίες ….



ή 5 ορθές γωνίες

Ένα εξάγωνο δεν μπορεί να έχει 6 ορθές γωνίες. **Γιατί**;

Να εξετάσεις πόσες ορθές γωνίες μπορούν να έχουν άλλα πολύγωνα.