Smile **2195**

Όσο ψηλότερα τόσο καλύτερα

Ένα παιχνίδι για δύο παίκτες.

Θα χρειαστείς 10 κάρτες με τους αριθμούς 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 από το πακέτο της δραστηριότητας **2226**.

Σκοπός του παιχνιδιού είναι να σχηματιστεί ο μεγαλύτερος αριθμός.

* Να ανακατέψετε τις δέκα κάρτες και να τις τοποθετήσετε ανάποδα πάνω στο τραπέζι.

Πρώτος παίκτης — Ανοίγει μία κάρτα και την τοποθετεί σε μία από τις κατάλληλες θέσεις.

Δεύτερος παίκτης — Κάνει το ίδιο.

Πρώτος παίκτης — Ανοίγει μια δεύτερη κάρτα και την τοποθετεί σε μια άλλη κατάλληλη θέση.

Δεύτερος παίκτης — Κάνει το ίδιο.

* Κάθε παίκτης σημειώνει τον αριθμό που έφερε.
* Ανακατέψτε όλες τις κάρτες και παίξτε ξανά.
* Σημειώστε τα αποτελέσματά σας, προσθέτοντας κάθε φορά τον αριθμό της κάρτας που ανοίγετε.

Νικητής είναι αυτός που θα συμπληρώσει πρώτος 500 βαθμούς.

Πρώτος παίκτης	**Πρώτος παίκτης**
Δεύτερος παίκτης	**Δεύτερος παίκτης**

Να επανάλαβετε το παιχνίδι, διαλέγοντας από τρεις κάρτες ο καθένας.

Νικητής είναι αυτός που θα συμπληρώσει πρώτος 5.000 βαθμούς.

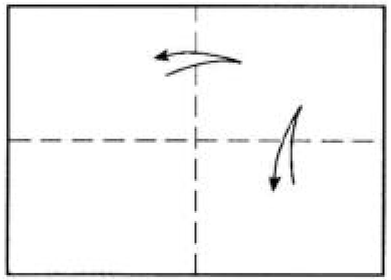
Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός που μπορείς να σχηματίσεις;

Πρώτος παίκτης	**Πρώτος παίκτης**	**Πρώτος παίκτης**
Δεύτερος παίκτης	**Δεύτερος παίκτης**	**Δεύτερος παίκτης**

Κουτιά Οριγκάμι

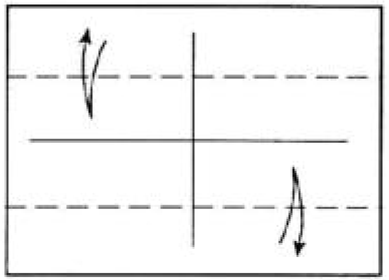
Να χρησιμοποιήσεις ένα φύλλο χαρτιού μεγέθους Α4.

1.



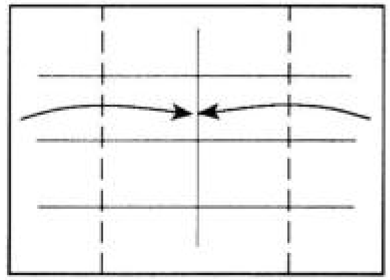
Να το διπλώσεις στη μέση και να το ανοίξεις.
Να το διπλώσεις στη μέση από την αντίθετη κατεύθυνση και να το ανοίξεις. *Προσπάθησε οι διπλώσεις να φαίνονται όσο το δυνατόν καλύτερα.*

2.



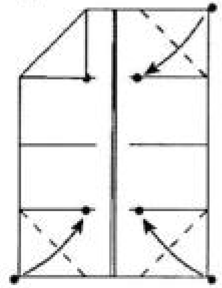
Να διπλώσεις το φύλλο, έτσι ώστε οι κάτω άκρες, να "συναντηθούν" κατά μήκος του κέντρου και, στη συνέχεια, να το ανοίξεις.

3.



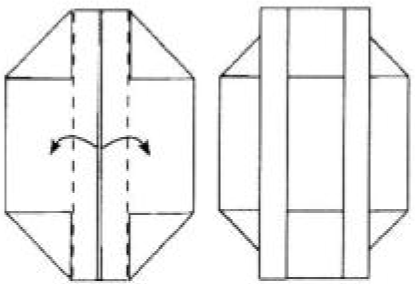
Να διπλώσεις το φύλλο, έτσι ώστε οι άκρες που βρίσκονται δεξιά και αριστερά να "συναντηθούν" κατά μήκος του κέντρου.
Να **μην** ανοίξεις το φύλλο.

4.



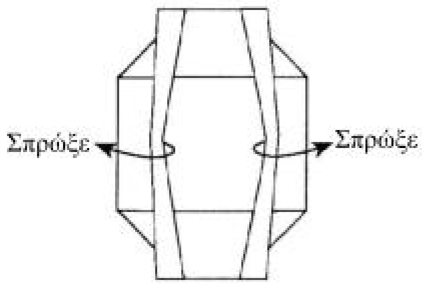
Να διπλώσεις και τις 4 γωνίες.
Να **μην** τις ανοίξεις.
Οι γωνίες θα πρέπει να αγγίζουν τις γραμμές τσάκισης.

5.



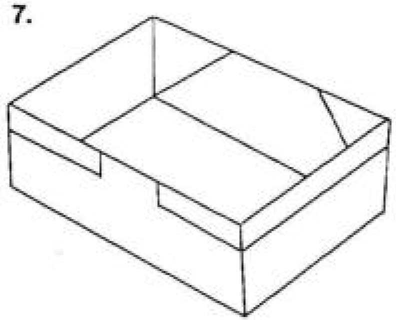
Να διπλώσεις προς τα πίσω κατά μήκος των διακεκομμένων γραμμών.

6.



Να τραβήξεις προς τα έξω απαλά.

7.



Αυτό είναι το βασικό κουτί Οριγκάμι.

8.
- Ποιες είναι οι διαστάσεις του βασικού κουτιού Οριγκάμι;
- Ποιος είναι ο όγκος του κουτιού;
- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος όγκος κουτιού που μπορείς να σχηματίσεις με ένα φύλλο χαρτί μεγέθους Α4;

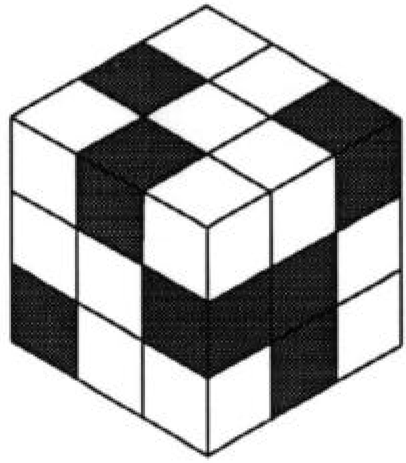
Smile **2197**

Μπλε στην έδρα

Θα χρειαστείς *τουλάχιστον* 9 μπλε κύβους και 18 άσπρους κύβους.

Να χρησιμοποιήσεις **9** μπλε κύβους και **18** άσπρους κύβους, για να κατασκευάσεις έναν κύβο με διαστάσεις **3 x 3 x 3**.

Πόσες μπλε έδρες εμφανίζονται στον κύβο σου;



Το **26** είναι ο **μέγιστος** αριθμός μπλε εδρών.
Να επαναδιατάξεις τον κύβο σου, για να εμφανιστούν 26 μπλε έδρες.
Να εξηγήσεις πού τοποθετήθηκαν οι μπλε κύβοι.

Να επαναδιατάξεις τον κύβο σου, για να εμφανιστεί ο ελάχιστος αριθμός μπλε εδρών.
Πώς τοποθέτησες τους μπλε κύβους σου αυτήν τη φορά;

Να διερευνήσεις ποιος είναι ο **μέγιστος** και ποιος ο **ελάχιστος** αριθμός μπλε εδρών σε κύβους με διαστάσεις **3 x 3 x 3** με διαφορετικές αναλογίες μπλε και άσπρων κύβων.

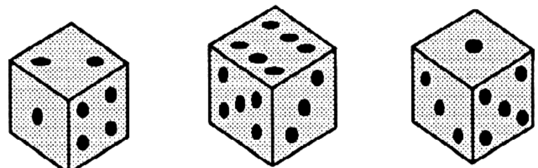
Να διερευνήσεις τι συμβαίνει με κύβους διαφορετικών μεγεθών.

Να διερευνήσεις τι συμβαίνει με ορθογώνια παραλληλεπίπεδα διαφορετικών μεγεθών.

Ελέγχοντας τα ζάρια

Smile **2198**

Τρεις μαθήτριες, η Άννα, η Αθηνά και η Νότα, κατασκεύασαν τα δικά τους ζάρια από χαρτί.



Έλεγξαν τα ζάρια τους, για να βεβαιωθούν ότι μπορούν να τα χρησιμοποιήσουν για ένα δίκαιο παιχνίδι.
Οι παρακάτω πίνακες καταμέτρησης «ένα προς ένα» παρουσιάζουν τα αποτελέσματα που προκύπτουν μετά από 50 ζαριές.

Αθηνά

Αριθμός ζαριού	Καταμέτρηση ένα προς ένα	Συχνότητα
1	𝍸 𝍸 /	11
2	𝍸 /	6
3		0
4	𝍸 𝍸 𝍸 ///	18
5	𝍸 𝍸 ///	13
6	//	2
	Σύνολο	50

Άννα

Αριθμός ζαριού	Καταμέτρηση ένα προς ένα	Συχνότητα
1	𝍸 //	7
2	𝍸 𝍸 //	12
3	////	4
4	𝍸 ////	9
5	𝍸 𝍸	10
6	𝍸 ///	8
	Σύνολο	50

Νότα

Αριθμός ζαριού	Καταμέτρηση ένα προς ένα	Συχνότητα
1	𝍸 //	
2	𝍸 ///	
3	𝍸 /	
4	𝍸 𝍸	
5	𝍸 ////	
6	𝍸 𝍸	
	Σύνολο	50

1) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα καταμέτρησης «ένα προς ένα» της Νότας.

2) (α) Πόσες φορές έτυχε το «5» στην Άννα;
(β) Πόσες φορές έτυχε το «5» στην Αθηνά;
(γ) Πόσες φορές έτυχε το «5» στη Νότα;

3) Η επικρατούσα τιμή στον έλεγχο της Άννας ήταν το «2» (Της έτυχε το «2» 12 φορές. Το 12 είχε μεγαλύτερη συχνότητα.)
(α) Ποια ζαριά ήταν η επικρατούσα τιμή στον έλεγχο της Αθηνάς;
(β) Ποιες ζαριές ήταν οι επικρατούσες τιμές στον έλεγχο της Νότας;

4) Το **εύρος** των συχνοτήτων στον έλεγχο της Αθηνάς ήταν 8. Αυτή είναι η διαφορά ανάμεσα στη μεγαλύτερη συχνότητα (12) και στη μικρότερη συχνότητα (4).
(α) Ποιο ήταν το εύρος των συχνοτήτων στον έλεγχο της Αθηνάς;
(β) Ποιο ήταν το εύρος των συχνοτήτων στον έλεγχο της Νότας;

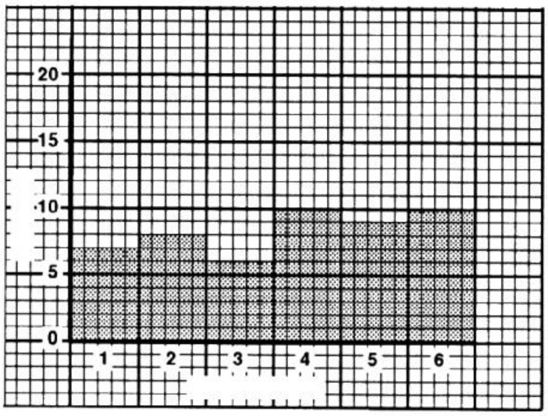
Γύρισε σελίδα

5) Κάθε μαθήτρια παρουσίασε τα δεδομένα της σε ένα **ραβδόγραμμα** και σε ένα **κυκλικό διάγραμμα.** Κατέθεσαν τα διαγράμματά τους, αλλά ξέχασαν να γράψουν τα ονόματά τους.
Σε ποιες μαθήτριες ανήκουν τα ραβδογράμματα και τα κυκλικά διαγράμματα;

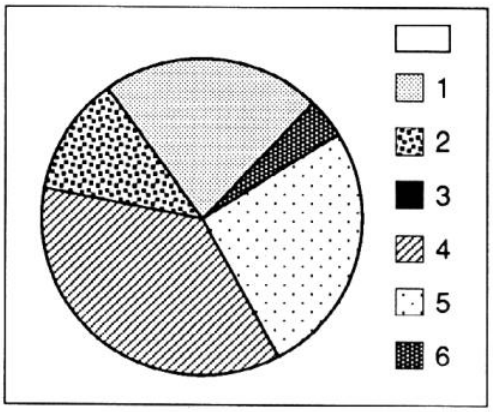
Ραβδογράμματα

Κυκλικά διαγράμματα

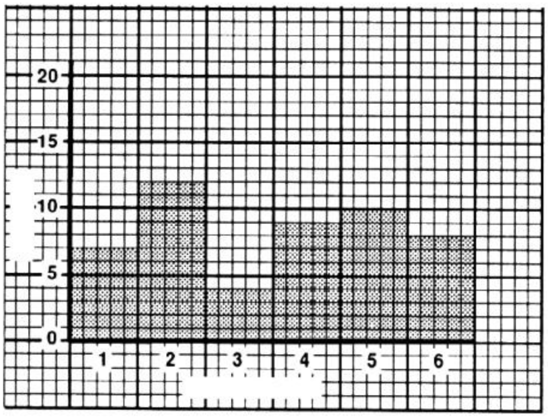
A



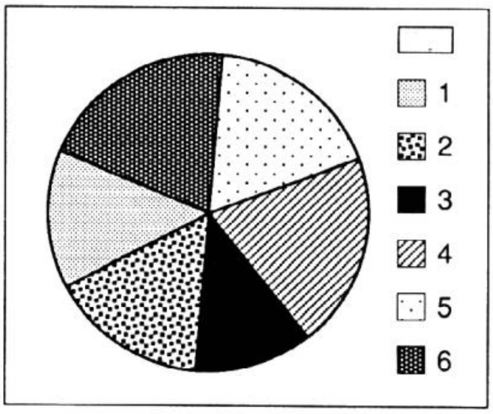
i



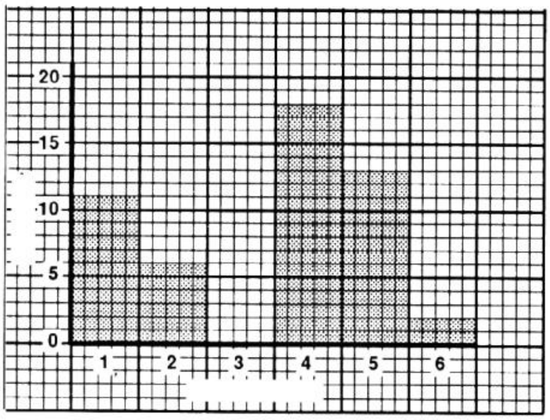
B



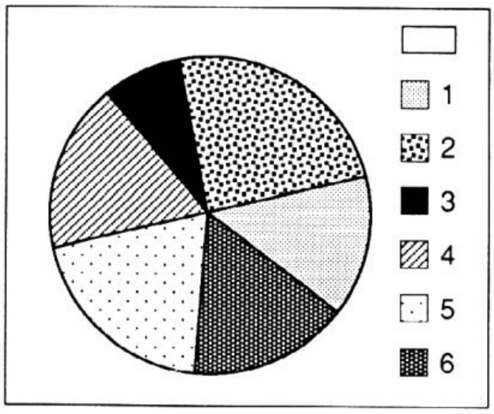
ii



Γ



iii



6) Ποια είναι τα δύο ζάρια που θα χρησιμοποιούσες για να παίξεις ένα δίκαιο παιχνίδι; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

Smile **2200**

Κυκλικά διαγράμματα για το πρωινό

1. Να αντιγράψεις αυτό τον πίνακα.

	Δημητριακά καλαμποκιού	Δημητριακά βρώμης	Νιφάδες ζάχαρης	Μούσλι	Δημητριακά με σοκολάτα
% ζάχαρη	8,0	18,0	40,0	26,7	39,0
% άμυλο	76,0	29,0		39,9	48,0
% λιπαρά	0,7	3,5	0,5		1,0
% ίνες	1,0	24,0	0,6	7,2	1,0
% άλλα	14,3	25,5	9,9	20,0	
Σύνολο %	100		100		

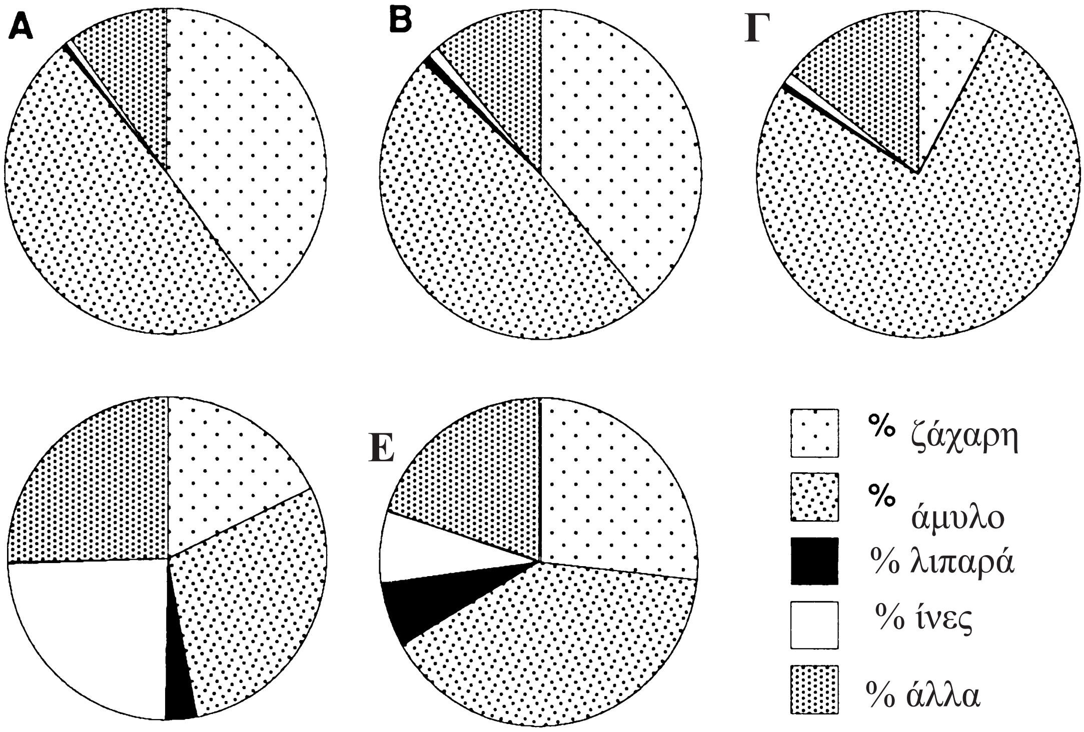
(α) Να συμπληρώσεις το σύνολο % στη στήλη για τα δημητριακά βρώμης.

(β) Να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Γύρισε σελίδα

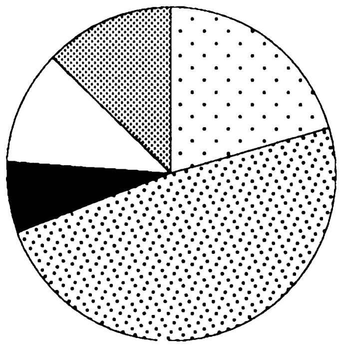
Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Α.Νιζάμ

2. Να αντιστοιχίσεις καθένα από τα δημητριακά με το σωστό κυκλικό διάγραμμα.



3. Πώς αποφάσισες ποιο κυκλικό διάγραμμα αντιστοιχεί στα δημητριακά με σοκολάτα και ποιο στις νιφάδες χιονιού;

4. Σε αυτό το κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζεται η ποσοστιαία αναλογία των συστατικών στις *Νιφάδες μπανάνας.*



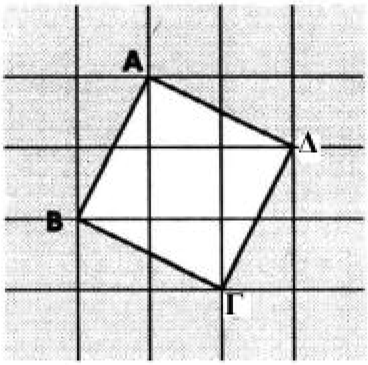
Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα με την κατά εκτίμηση ποσοστιαία αναλογία για κάθε συστατικό.

	Νιφάδες μπανάνας
% ζάχαρη	
% άμυλο	
% λιπαρά	
% ίνες	
% άλλα	
Σύνολο %	100%

Διανύσματα και Τετράγωνα

Smile **2201**

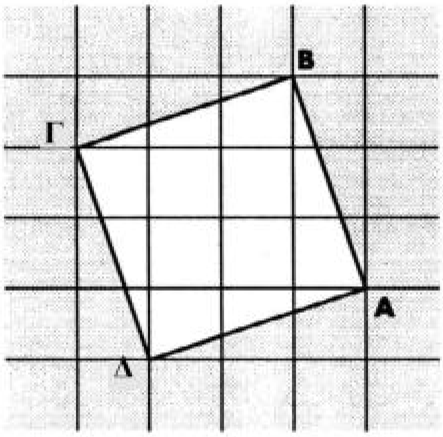
Το ΑΒΓΔ είναι ένα τετράγωνο.



Μπορεί να περιγραφεί από τις παράλληλες μετατοπίσεις των παρακάτω διανυσμάτων.

$\vec{AB} = \begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{B\Gamma} = \begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{\Gamma\Delta} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $\vec{\Delta A} = \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

Αυτό είναι ένα άλλο τετράγωνο.



- Να το περιγράψεις με μετατοπίσεις διανυσμάτων.
- Να σχεδιάσεις άλλα τετράγωνα και να τα περιγράψεις με μετατοπίσεις διανυσμάτων.

Γενίκευση

- Αν η μετατόπιση του διανύσματος $\vec{AB}$ είναι $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$, ποιες είναι οι άλλες μετατοπίσεις διανυσμάτων του τετραγώνου με αναφορά στα **x** και **y**;

Έλεγχος γενίκευσης

- Να χρησιμοποιήσεις τη γενίκευση, για να προβλέψεις τα άλλα 3 διανύσματα όταν το $\vec{AB}$ είναι $\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$

Να ελέγξεις αν αυτά τα διανύσματα σχηματίζουν ένα τετράγωνο.

Smile **2205**

Σχηματίζοντας το 25

Ένα παιχνίδι για δύο παίκτες.

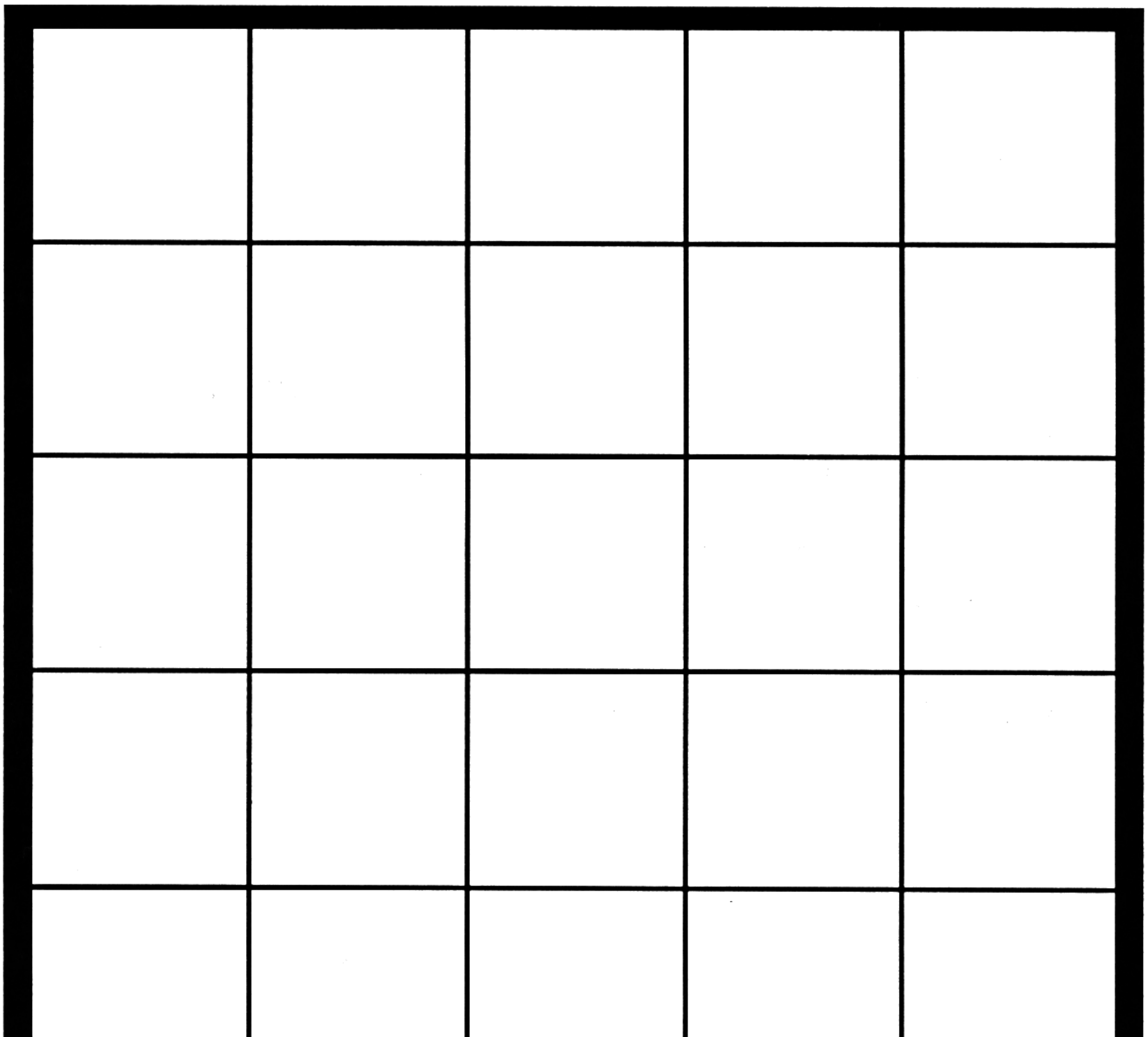
Θα χρειαστείς 8 κέρματα των 20

8 κέρματα των 10

και 8 κέρματα των 5

Οδηγίες : Τοποθετήστε ο καθένας με τη σειρά από ένα νόμισμα στο πλέγμα.

Κάθε φορά που κάποιος σχηματίζει άθροισμα 25 κερδίζει ένα βαθμό.

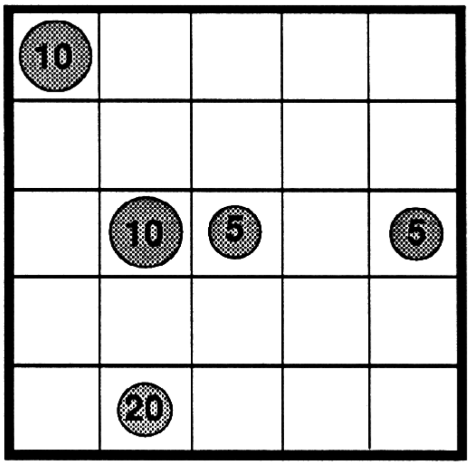


Στην επόμενη σελίδα υπάρχουν μερικά παραδείγματα για τον τρόπο συγκέντρωσης βαθμών.

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Ε.Κυριάκη, Α.Νιζάμ

Παραδείγματα συγκέντρωσης βαθμών

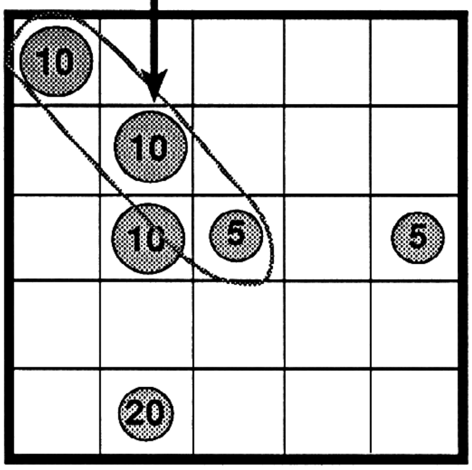
Με βάση αυτό τον πίνακα



θα κέρδιζες

1 βαθμό

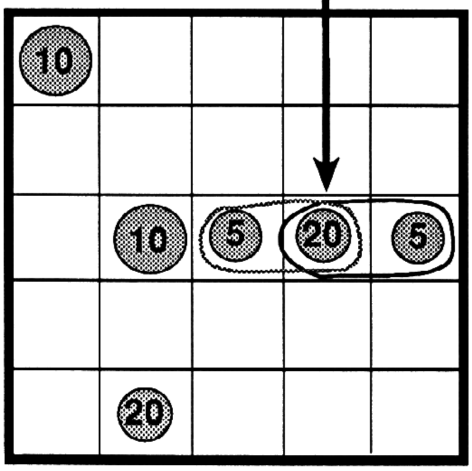
τοποθετώντας ένα
δεκάρικο εδώ



10 + 10 + 5 = 25
κερδίζεις: 1 βαθμό

2 βαθμούς

τοποθετώντας ένα
εικοσάρικο εδώ



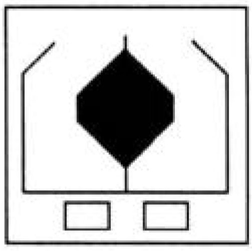
5 + 20 = 25
20 + 5 = 25
κερδίζεις: 2 βαθμούς

Πειράματα με φλιπεράκι

Smile **2207**

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας 2207α.

Πείραμα 1



Να επιλέξεις το επίπεδο **1**

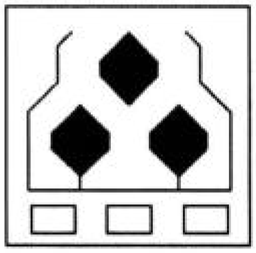
Να ρίξεις **40** μπάλες

Να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου στο φύλλο εργασίας.
Να αδειάσεις το φλιπεράκι από τις μπάλες.

Να επαναλάβεις 4 φορές.

Να προβλέψεις πόσες μπάλες θα πέσουν μέσα σε καθένα από τα κουτιά, όταν ρίξεις 100 μπάλες.
Να ελέγξεις την πρόβλεψή σου.

Πείραμα 2

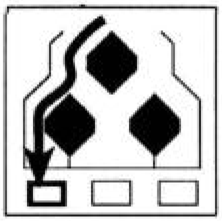


Να επιλέξεις το επίπεδο **2**

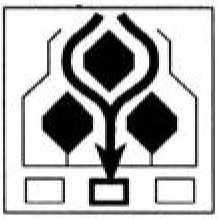
Να ρίξεις **40** μπάλες

Να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου στο φύλλο εργασίας.
Να αδειάσεις το φλιπεράκι από τις μπάλες.
Να επαναλάβεις 4 φορές.

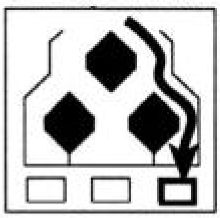
Υπάρχει μόνο ένας τρόπος να φτάσεις το πρώτο κουτί.



Υπάρχουν δύο τρόποι για να φτάσεις το μεσαίο κουτί.

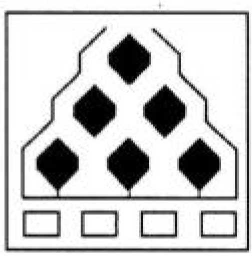


Υπάρχει μόνο ένας τρόπος να φτάσεις το τελευταίο κουτί.



Να προβλέψεις πόσες μπάλες θα πέσουν μέσα σε καθένα από τα κουτιά, όταν ρίξεις 100 μπάλες.
Να ελέγξεις την πρόβλεψή σου.

Πείραμα 3



Να επιλέξεις **3** επίπεδα

Να ρίξεις **40** μπάλες

Να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου στο φύλλο εργασίας.
Να αδειάσεις το φλιπεράκι από τις μπάλες.

Να επαναλάβεις 4 φορές.

Να εξετάσεις πόσοι τρόποι υπάρχουν, για να φτάσεις σε κάθε κουτί.

Να προβλέψεις πόσες μπάλες θα πέσουν μέσα σε καθένα από τα κουτιά, όταν ρίξεις 200 μπάλες.
Να ελέγξεις την πρόβλεψή σου.

Ήταν τα αποτελέσματα των τεστ κοντά στις προβλέψεις σου;

Συνέχισε να πειραματίζεσαι με το *Φλιπεράκι*, κάνοντας προβλέψεις και δοκιμές.

Η καλύτερη επίδοση

Τρεις ομάδες, η Α, η Β και η Γ, συμπλήρωσαν το ίδιο τεστ. Παρακάτω, παρουσιάζονται οι βαθμοί που έλαβαν οι μαθητές κάθε ομάδας.

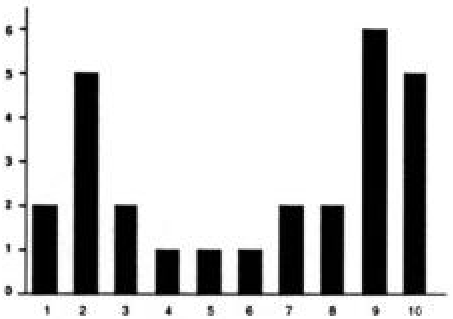
Α	Β	Γ
9	7	8
2	3	7
7	2	8
9	9	3
2	9	1
3	10	8
10	1	9
9	6	6
1	9	5
10	6	6
5	3	9
8	10	6
9	9	7
2	1	5
2	3	3
1	1	2
10	2	8
7	8	8
10	3	1
4	5	4
3	6	8
9	10	10
10	10	8
8	10	9
6		8
2		4
9		

Παρακάτω, παρουσιάζεται μια ανάλυση των βαθμών για την ομάδα Α.

9
2
7
9
2
3
10
9
1
10
5
8
9
2
2
1
10
7
10
4
3
9
10
8
6
2
9
Σύνολο 167

Πίνακας συχνοτήτων

Βαθμός	Περιπτώσεις	Συχνότητα
1	//	**2**
2	~~////~~	**5**
3	//	**2**
4	/	**1**
5	/	**1**
6	/	**1**
7	//	**2**
8	//	**2**
9	~~////~~ /	**6**
10	~~////~~	**5**



Μέσος όρος = **6,185** $\dfrac{\textit{σύνολο βαθμών}}{\textit{αριθμός μαθητών}} = \dfrac{167}{27}$
$= \mathbf{6{,}185}$ με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων

Επικρατούσα τιμή = 9 Ο βαθμός **9** είναι ο πιο συχνός.

Διάμεσος = 7 Η μεσαία τιμή των βαθμών, όταν διευθετηθούν κατά τάξη μεγέθους, είναι **7**.

Εύρος = 9 Ο υψηλότερος βαθμός μείον το χαμηλότερο βαθμό = (10 - 1)
= **9**

1. Να κάνεις παρόμοιες αναλύσεις για τις άλλες δύο ομάδες.

2. Ποια ομάδα πιστεύεις ότι τα πήγε καλύτερα στο τεστ;
Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

Μίνι γεύματα

Smile **2209**

Παρακάτω, παρουσιάζεται το μενού ενός καφέ.

Μενού	φαγητό στο κατάστημα	φαγητό σε πακέτο
Σάντουιτς	1,40	1,20
Πίτα	1,10	1,00
Μπισκότα	0,70	0,60
Καφές	1,00	0,90
Τσάι	0,90	0,70
Χυμός	1,00	0,90

Επειδή το Καφέ έχει πολύ κόσμο, το προσωπικό, αντί να γράφει ολόκληρη την παραγγελία, χρησιμοποιεί έναν κώδικα στον οποίο οι τιμές των προϊόντων συμβολίζονται με γράμματα.

Αντί να γράφουν ένας καφές, ένα σάντουιτς και ένας χυμός

Γράφουν Κ+Σ+Χ

Το κόστος αυτής της παραγγελίας είναι:

Φαγητό στο κατάστημα 1,00+1,40+1,00=3,40
Φαγητό σε πακέτο 0,90+1,20+0,90=3,00

1. Να γράψεις τους κωδικούς των τιμών και να βρεις το κόστος της παραγγελίας **στο κατάστημα** και **σε πακέτο** για καθεμία από τις παρακάτω παραγγελίες.

(α) ένα τσάι, ένα σάντουιτς.
(β) ένας καφές, ένα μπισκότο και μία πίτα.
(γ) ένας χυμός, ένα τσάι, ένα σάντουιτς και δύο πίτες.

Smile **2209**

Πώς έγραψες την παραγγελία της ερώτησης **(1γ)** σε κώδικα;

Θα μπορούσες ίσως να γράψεις
Χ+Τ+Σ+Π+Π

Ένας πιο σύντομος τρόπος είναι:
Χ+Τ+Σ+2Π

Μια παραγγελία για 25 φλιτζάνια τσάι θα μπορούσε να γραφεί:

Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ + Τ

ή 25 Τ

Με τη δεύτερη μέθοδο εξοικονομείς χρόνο.

Παράδειγμα

Παραγγελία: μία πίτα, έξι σάντουιτς, δύο φλιτζάνια τσάι, τέσσερις καφέδες και ένας χυμός.

Κωδικός παραγγελίας: Π+6Σ+2Τ+4Κ+Χ

Κόστος φαγητού στο κατάστημα
1,10+(6Χ1,40)+(2Χ0,90)+(4Χ1,00)+1,00
=1,10+8,4+1,8+4,00+1,00= 16,3 ευρώ

Κόστος φαγητού σε πακέτο
1,10+(6Χ1,20)+(2Χ0,70)+(4Χ0,90)+0,90
1,10+7,2+1,4+3,6+0,90=14,2 ευρώ

2. Να υπολογίσεις το κόστος **στο κατάστημα** και **σε πακέτο** για τις παρακάτω παραγγελίες:
(α) πέντε καφέδες, τρία φλιτζάνια τσάι και τέσσερα μπισκότα.
(β) τρεις χυμοί, δύο φλιτζάνια τσάι, τέσσερα μπισκότα και ένα σάντουιτς.
(γ) 7Σ+Π+5Τ+Χ

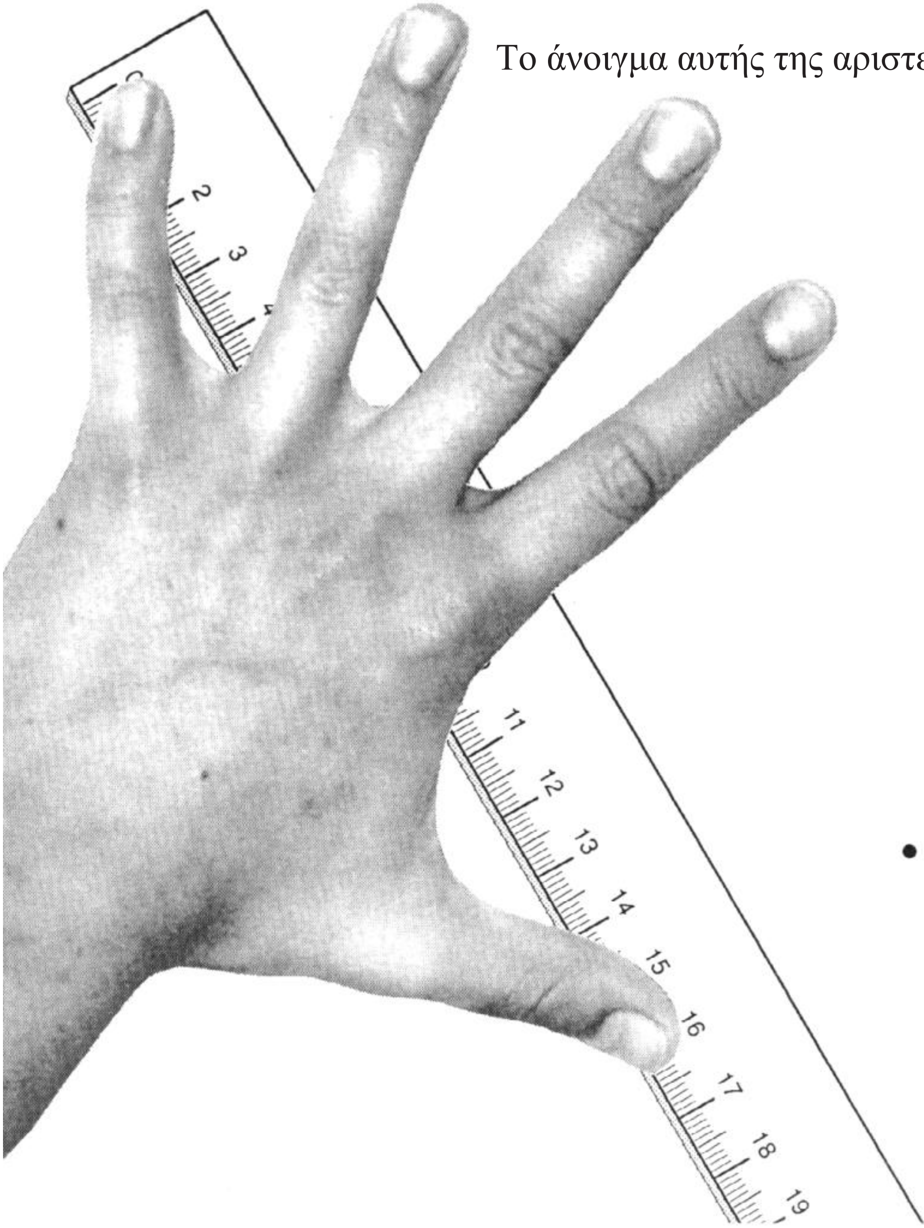
ΠΙΘΑΜΗ

Smile **2210**

Θα χρειαστείς χάρακα 30 εκ.

Μια πιθαμή είναι το μεγαλύτερο δυνατό άνοιγμα της παλάμης σου.

Το άνοιγμα αυτής της αριστερής παλάμης είναι 16,3 εκ.



- Να μετρήσεις το άνοιγμα της αριστερής και της δεξιάς σου παλάμης.

Smile **2210**

- Να κατασκευάσεις έναν πίνακα με αυτούς τους τίτλους.

Όνομα	Άνοιγμα αριστερής παλάμης (εκ.)	Άνοιγμα δεξιάς παλάμης (εκ.)

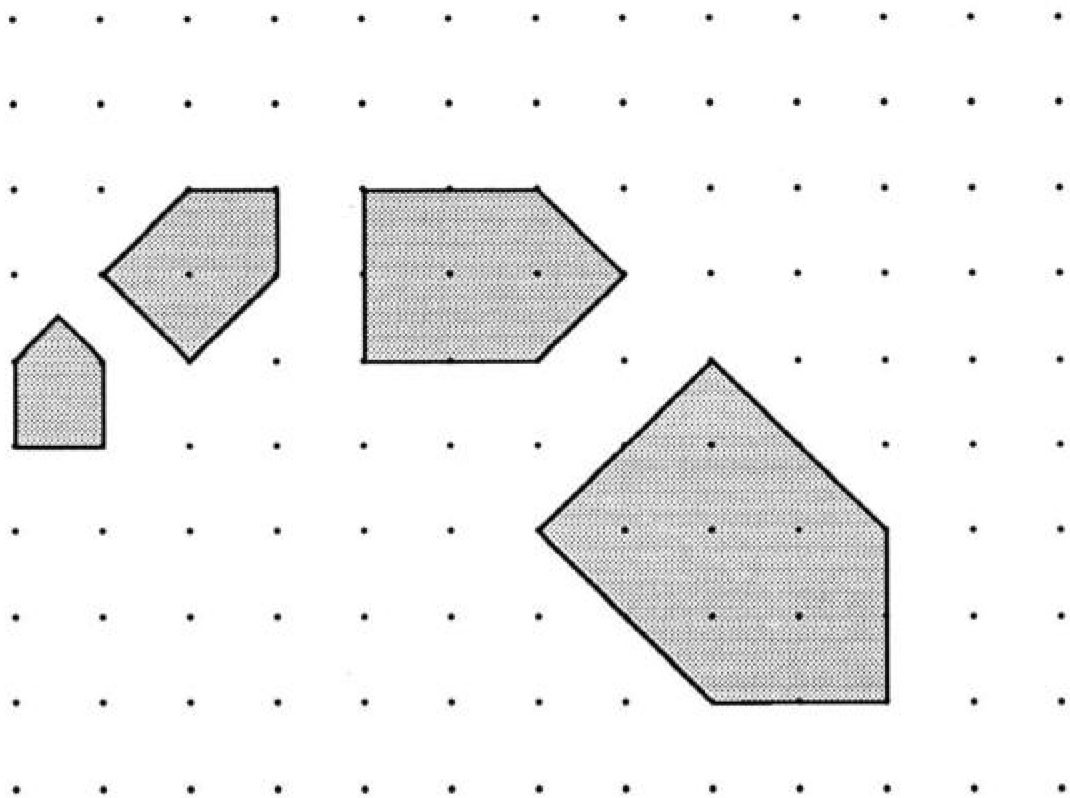
- Να μετρήσεις το άνοιγμα της αριστερής και της δεξιάς παλάμης όλων των συμμαθητών σου.
- Φρόντισε ώστε οι μετρήσεις σου να συμφωνούν κάθε φορά με αυτές του συμμαθητή σου και στη συνέχεια συμπλήρωσε τα αποτελέσματα των μετρήσεων στον πίνακά σου.

Πόσοι συμμαθητές σου έχουν άνοιγμα παλάμης μεγαλύτερο από το δικό σου;
Πόσοι συμμαθητές σου έχουν άνοιγμα παλάμης μικρότερο από το δικό σου;
Ήταν το άνοιγμα της δεξιάς σου παλάμης το ίδιο με το άνοιγμα της αριστερής σου παλάμης;
Πόσοι συμμαθητές σου έχουν το ίδιο άνοιγμα παλάμης με σένα;
Να παρουσιάσεις τα αποτελέσματα της έρευνάς σου.

Smile **2214**

Ακολουθίες με σχήματα

Να αντιγράψεις τα παρακάτω σχήματα σε τετραγωνισμένο χαρτί με τελείες.
Να συνεχίσεις την κανονικότητα και να περιγράψεις κανόνες που μπορεί να ισχύουν.

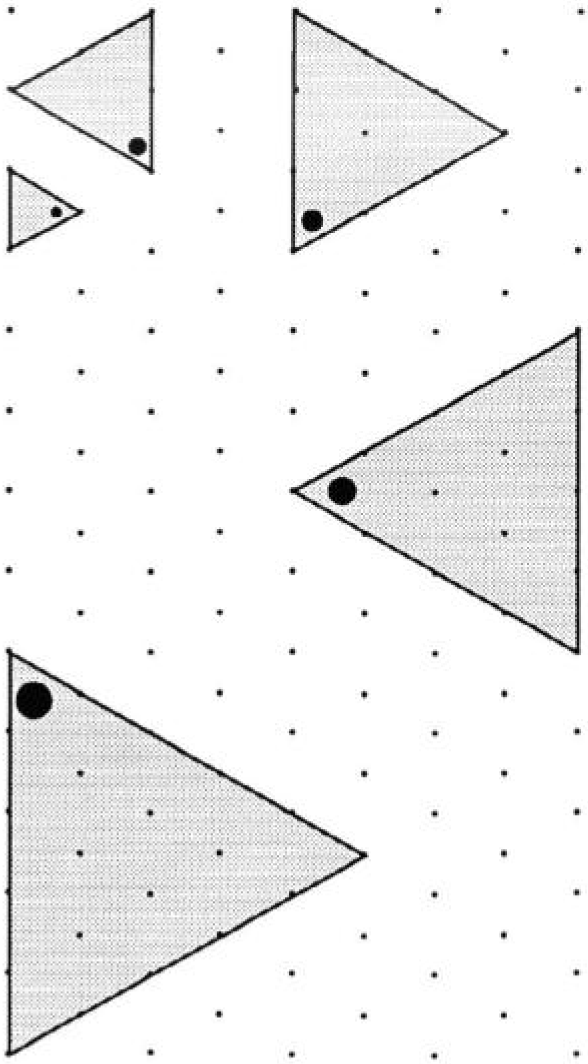


Γύρισε σελίδα

Smile **2214**

Να αντιγράψεις τα παρακάτω σχήματα σε ισομετρικό χαρτί με τελείες.

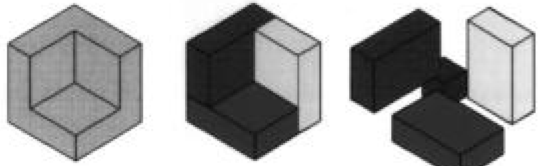
Να συνεχίσεις την κανονικότητα και να περιγράψεις κανόνες που μπορεί να ισχύουν.



Να δημιουργήσεις μερικές δικές σου ακολουθίες με σχήματα.

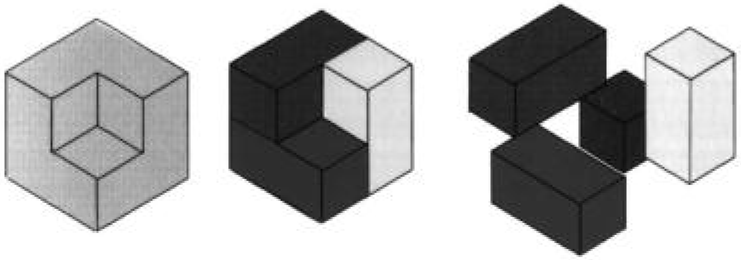
Ταυτότητες με κύβους

Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει



$3^3 - 2^3 \quad = \quad 3(3 \times 2 \times 1) + 1^3$

Να συνεχίσεις και να γενικεύσεις την παρακάτω ακολουθία.



$4^3 - 2^3 \quad = \quad 3(\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare) + \blacksquare^3$

5^3

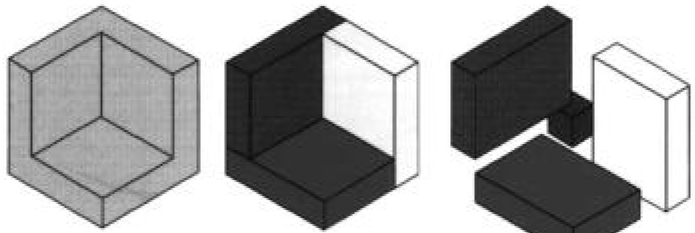
.

.

.

$x^3 - 2^3 \quad = \quad (\qquad\qquad) + \quad ^3$

Να συνεχίσεις και να γενικεύσεις την παρακάτω ακολουθία.



$4^3 - 3^3 \quad = \quad 3(\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare) + \blacksquare^3$

5^3

.

.

.

$x^3 - (x-1)^3 \quad = \quad (\qquad\qquad) + \quad ^3$

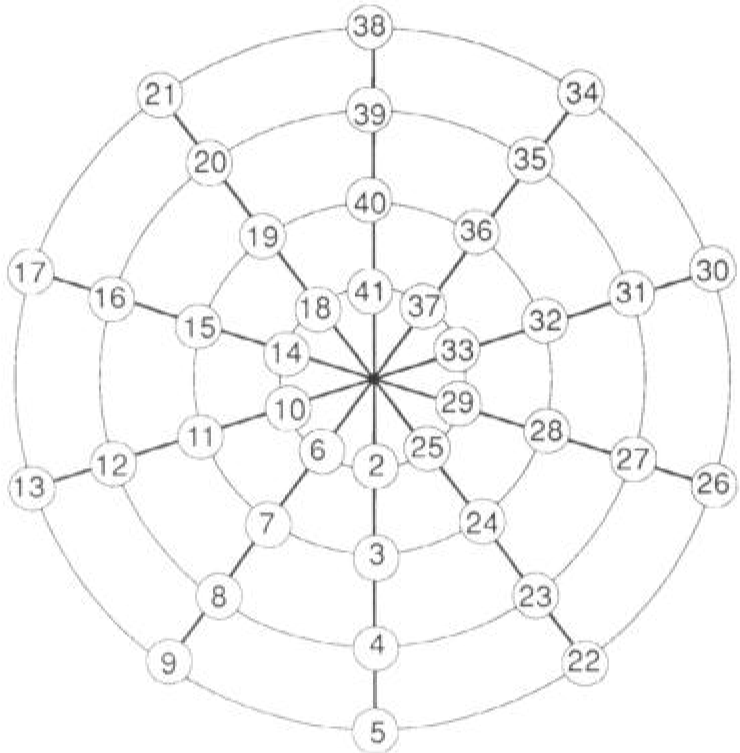
Να χρησιμοποιήσεις τις δύο γενικεύσεις που έχεις κάνει, για να βρεις μια ταυτότητα για την παράσταση $x^3 - y^3$.

Smile **2217**

ΜΑΓΙΚΟΙ ΚΥΚΛΟΙ

Ο Seki kowa, ένας γιαπωνέζος μαθηματικός, είχε εφεύρει μαγικούς κύκλους πριν από 200 και περισσότερα χρόνια.

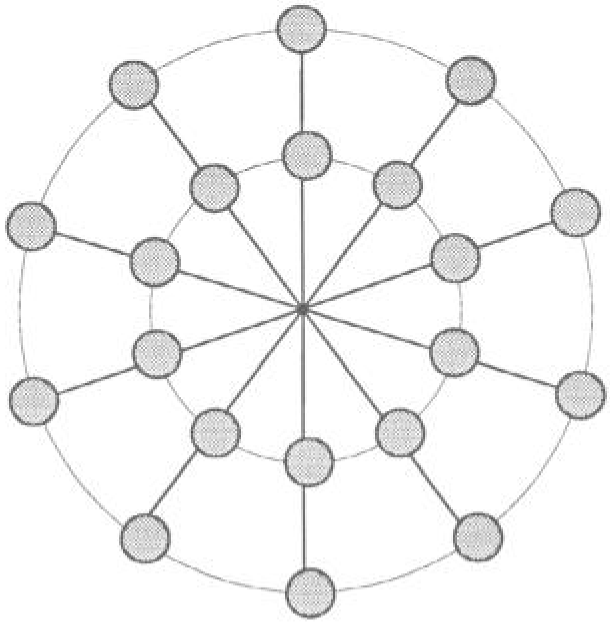
Παρακάτω, υπάρχει ένας μαγικός κύκλος που αποτελείται από 4 δακτυλίους και 5 διαμέτρους.
Περιέχει αριθμούς από το 2 έως το 41.



Να προσθέσεις τους αριθμούς που **βρίσκονται πάνω** σε κάθε δακτύλιο.
Να προσθέσεις τους αριθμούς που **βρίσκονται πάνω** σε κάθε διάμετρο.
Αυτοί δίνουν τους μαγικούς αριθμούς για το συγκεκριμένο κύκλο.

Smile **2217**

Να αντιγράψεις το παρακάτω κυκλικό δικτυωτό διάγραμμα.



Να χρησιμοποιήσεις τους αριθμούς από το **2** έως το **21** για να κάνεις αυτό τον κύκλο μαγικό.

Να βρεις τους **μαγικούς αριθμούς** γι' αυτό τον κύκλο.

Να εξερευνήσεις **μαγικούς κύκλους**

………με διαφορετικό αριθμό δακτυλίων,

………με διαφορετικό αριθμό διαμέτρων,

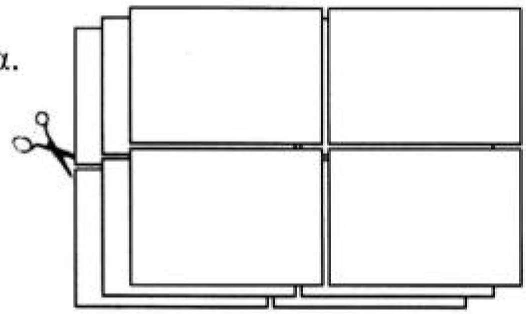
………με διαφορετικούς αριθμούς εκκίνησης.

Δωδεκάεδρο Οριγκάμι

Smile **2218**

Θα χρειαστείς:
τρία φύλλα χαρτιού Α4 και ψαλίδι.

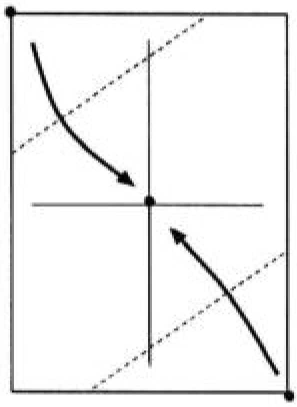
Να κόψεις το χαρτί σε τέταρτα, για να σχηματίσεις 12 ορθογώνια παραλληλόγραμμα.



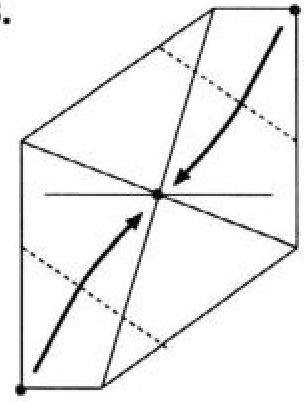
Για κάθε ορθογώνιο, να ακολουθήσεις τα βήματα 1 ως 7.

1.

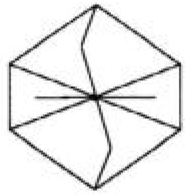
2.



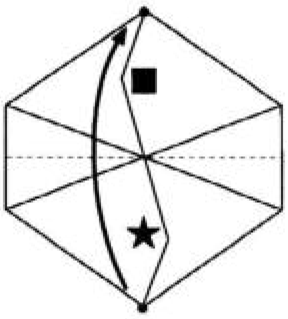
3.



Θα σχηματιστεί ένα εξάγωνο.

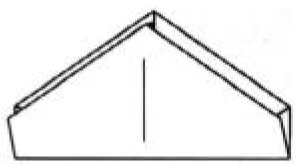


4.



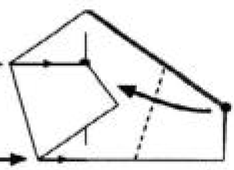
Να το διπλώσεις στη μέση.

Κρύψε το ★ κάτω από το ■



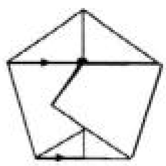
5.

Αυτή η γραμμή πρέπει να είναι παράλληλη με αυτήν τη γραμμή.



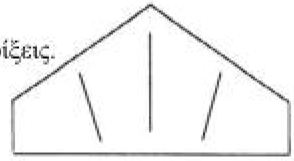
6.

Αυτό θα πρέπει να είναι ένα κανονικό πεντάγωνο.



7.

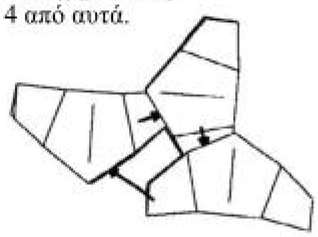
Να το ανοίξεις.



Χρησιμοποιώντας αυτά τα 12 κομμάτια, να ακολουθήσεις τα βήματα **8** ως **10,** για να κατασκευάσεις ένα δωδεκάεδρο.

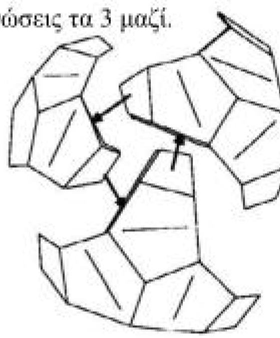
8.

Να σχηματίσεις 4 από αυτά.



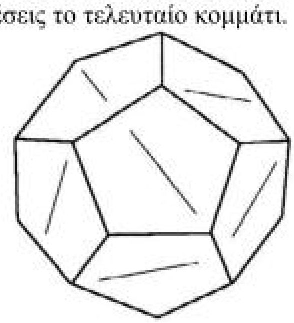
9.

Να ενώσεις τα 3 μαζί.



10.

Να προσθέσεις το τελευταίο κομμάτι.



Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Α.Νιζάμ

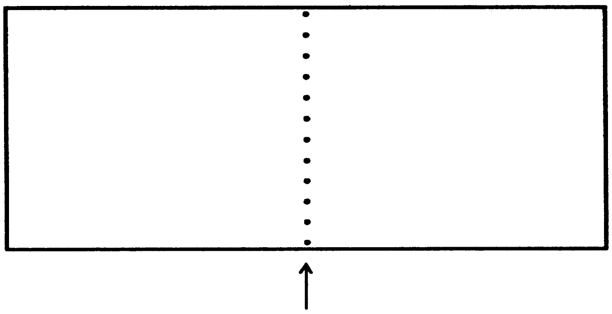
ΠΙΛΟΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ (ΑΠΘ-ΕΠΕΑΕΚ Ι) Επ. Υπεύθυνη: Καθ. Τζέλα Βαρνάβα-Σκούρα
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΚΠ/ΣΗ ΜΟΥΣΟΥΛΜΑΝΟΠΑΙΔΩΝ 2002-04 (ΠΑΝ/ΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ-ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ) Επ. Υπεύθυνη: Καθ. Α. Φραγκουδάκη (αξιοποίηση)

Smile **2219**

Κύβος Origami

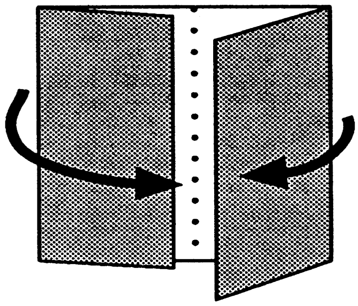
Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας **2219α.**

Να κόψεις τα έξι κομμάτια.

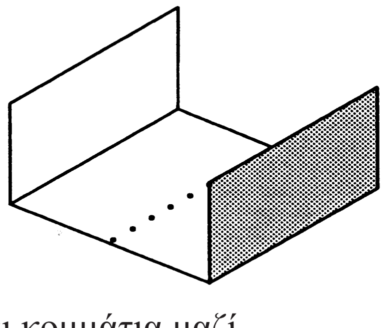


Κεντρική γραμμή

Να διπλώσεις καθένα από τα δύο κομμάτια, έτσι ώστε οι εξωτερικές τους πλευρές να «συναντήσουν» την κεντρική γραμμή. . .



. . .και να το ανοίξεις.

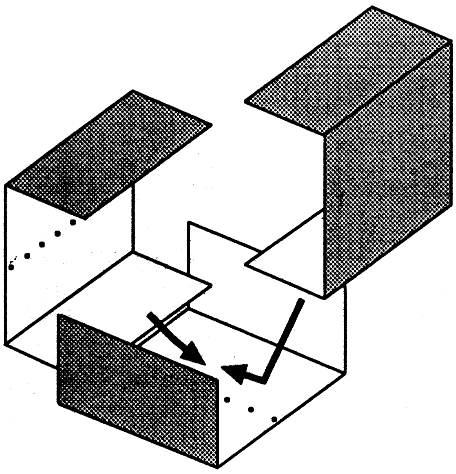


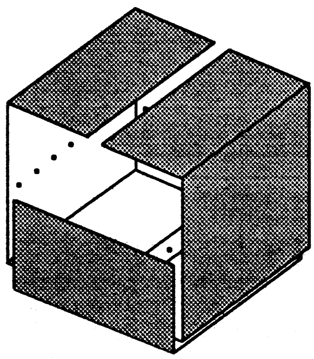
Να τοποθετήσεις τα έξι κομμάτια μαζί, έτσι ώστε να σχηματιστεί ένας κύβος.

Αν χρειάζεσαι κάποιες οδηγίες, γύρισε σελίδα.

Smile **2219**

Να τοποθετήσεις τρία κομμάτια μαζί.



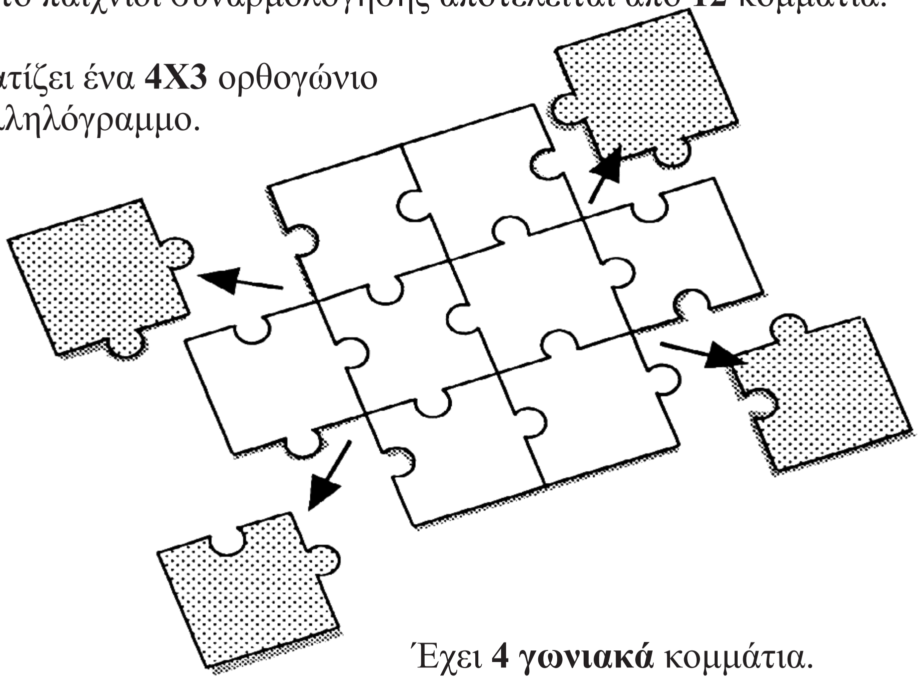


Παιχνίδια συναρμολόγησης

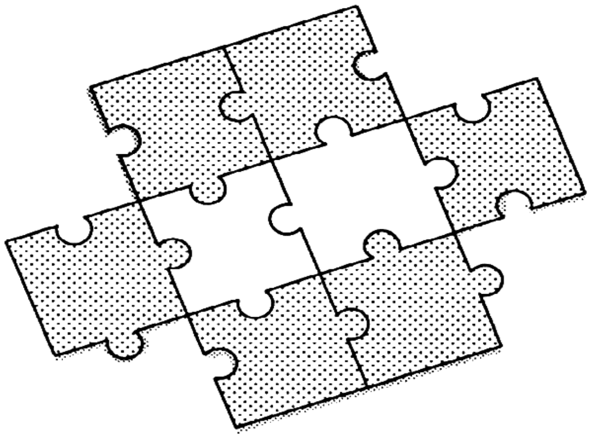
Smile **2221**

Αυτό το παιχνίδι συναρμολόγησης αποτελείται από **12** κομμάτια.

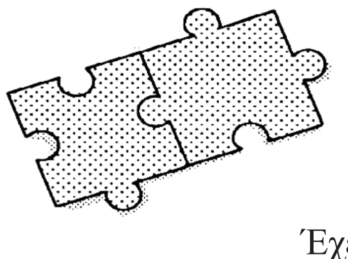
Σχηματίζει ένα **4Χ3** ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



Έχει **4 γωνιακά** κομμάτια.



Έχει **6 ακριανά** κομμάτια.



Έχει **2 «εσωτερικά»** κομμάτια.

- Να διερευνήσεις παιχνίδια συναρμολόγησης με διαφορετικό αριθμό κομματιών.
- Όταν διερευνήσεις το πρόβλημα σε ικανοποιητικό βαθμό, να γυρίσεις σελίδα.

Παρακάτω, υπάρχουν κάποιες προτάσεις που αφορούν στα παιχνίδια συναρμολόγησης.

Να χρησιμοποιήσεις τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη διερεύνησή σου, για να αποφασίσεις αν οι προτάσεις αυτές είναι **πάντα σωστές, μερικές φορές σωστές** ή **λανθασμένες.**

Για κάθε πρόταση, να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

Υπάρχουν τέσσερα γωνιακά κομμάτια.

Σε ένα παιχνίδι συναρμολόγησης με 30 κομμάτια, ο μέγιστος αριθμός εσωτερικών κομματιών είναι 20.

Ο αριθμός των ακριανών κομματιών ισούται με τον αριθμό των εσωτερικών κομματιών, συν τα γωνιακά κομμάτια.

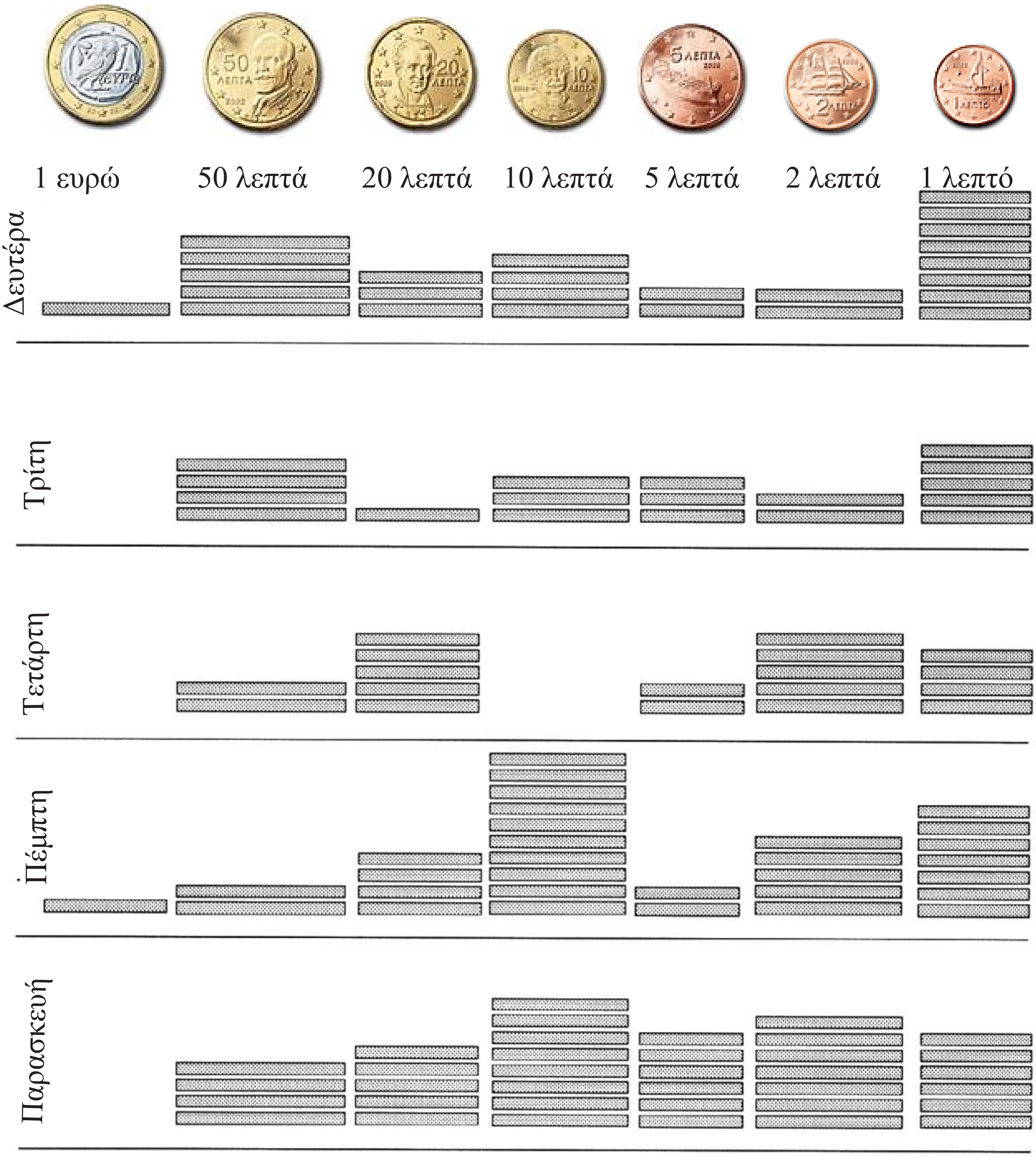
Για οποιονδήποτε αριθμό κομματιών, είναι πιθανό να βρεις ένα παιχνίδι συναρμολόγησης που δεν θα έχει εσωτερικά κομμάτια.

Smile **2224**

Η συλλογή της Σελίνας

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας **2224α.**

Η Σελίνα οργάνωσε ένα φιλανθρωπικό έρανο στην τάξη της την προηγούμενη εβδομάδα.
Στο τέλος κάθε ημέρας μετρούσε μαζί με το δάσκαλό της τα χρήματα που είχε μαζέψει.
Παρακάτω, παρουσιάζονται τα ποσά που συγκεντρώθηκαν ανά ημέρα.



- Να συμπληρώσεις τα ποσά της κάθε ημέρας στο έντυπο πληρωμής του φύλλου εργασίας **2224α.**

Οι εισπράξεις της Δευτέρας έχουν ήδη συμπληρωθεί.

Smile **2224**

Να παρατηρήσεις τα έντυπα πληρωμής που έχεις συμπληρώσει.

1. Να αντιγράψεις τον πίνακα.
   Να συμπληρώσεις τα ποσά της κάθε ημέρας.
   Να βρεις το συνολικό ποσό που συγκεντρώθηκε σε μία εβδομάδα.

Ημέρα	Ποσό χρημάτων
Δευτέρα	4,72 ευρώ
Τρίτη	2,74 ευρώ
Τετάρτη	
Πέμπτη	
Παρασκευή	
Συνολικό ποσό για μία εβδομάδα	

2. Ποια ημέρα η Σελίνα μάζεψε τα περισσότερα χρήματα;

3. Ποια ημέρα μάζεψε τα λιγότερα χρήματα;

4. Πόσα περισσότερα χρήματα μάζεψε την Παρασκευή από ότι την Τετάρτη;

5. Ποιες ημέρες μάζεψε περισσότερα από 3,50 ευρώ;

Smile **2225**

Προστατέψτε τα άγρια ζώα

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας **2225α** και ένα κουτί με νομίσματα.

Η Λουίζα, μαθήτρια της Α΄ τάξης Γυμνασίου, συγκέντρωσε χρήματα **από τρία τμήματα** για την ενίσχυση μιας εκδήλωσης υπέρ των άγριων ζώων.

Για να μετρήσει τα χρήματα που συγκέντρωσε, τοποθέτησε τα νομίσματα σε στοίβες.

Κατέγραψε το συνολικό ποσό από κάθε τάξη σε ένα **έντυπο πληρωμής** του σχολείου της.

↓

Σχολικό ταμείο — Έντυπο πληρωμής

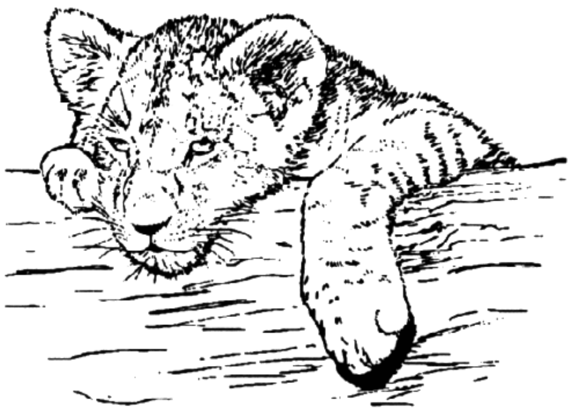
Τάξη

Ημερομηνία ______

Πληρώθηκε από

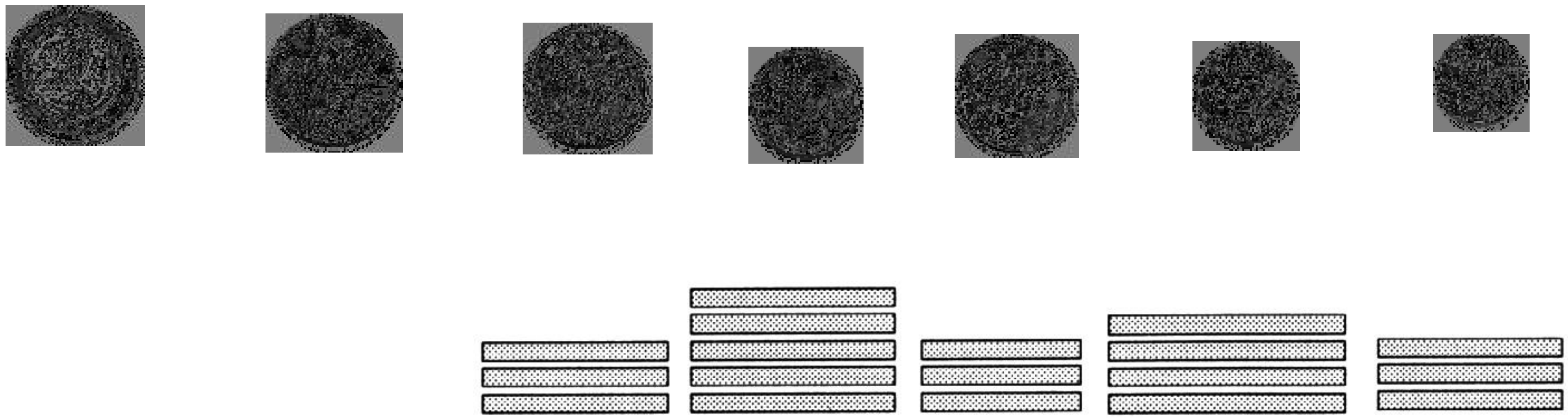
____

Ποσό	Αριθμός νομισμάτων κατά στοίβες	Ποσό ευρώ	Ποσό λεπτά
1 ευρώ			
50 λεπτά			
20 λεπτά			
10 λεπτά			
5 λεπτά			
2 λεπτά			
1 λεπτό			
	Συνολικό ποσό		



Smile **2225**

Να τι συνέλεξε η Λουίζα από το **πρώτο τμήμα.**



1 ευρώ	50 λεπτά	20 λεπτά	10 λεπτά	5 λεπτά	2 λεπτά	1 λεπτό
0 κέρματα	0 κέρματα	3 κέρματα	5 κέρματα	3 κέρματα	4 κέρματα	3 κέρματα

Στο φύλλο εργασίας

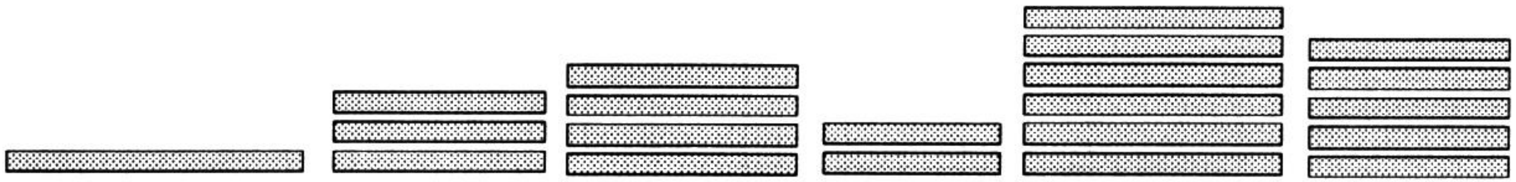
* Να συμπληρώσεις το έντυπο πληρωμής με τα κέρματα που συνέλεξε η Λουίζα από το **πρώτο τμήμα.** Υπάρχουν τρία κέρματα των είκοσι. Η σειρά αυτή έχει συμπληρωθεί.

* Να βεβαιωθείς ότι το τελικό ποσό είναι σωστό.

Να τι συνέλεξε η Λουΐζα από το **δεύτερο** τμήμα.

Smile **2225**

1 ευρώ | 50 λεπτά | 20 λεπτά | 10 λεπτά | 5 λεπτά | 2 λεπτά | 1 λεπτό



0 κέρματα | 1 κέρμα | 3 κέρματα | 4 κέρματα | 2 κέρματα | 6 κέρματα | 5 κέρματα

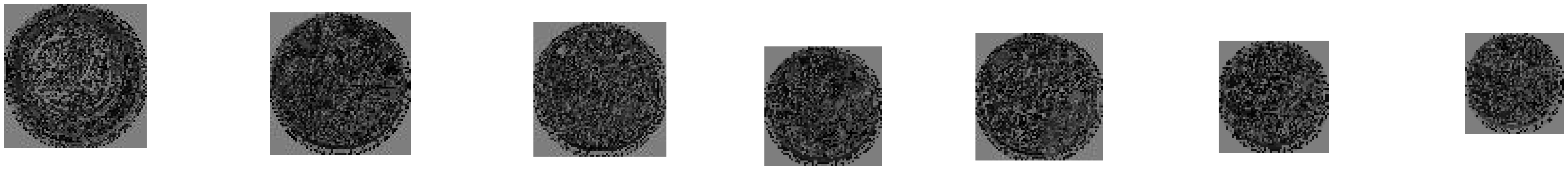
Στο φύλλο εργασίας

* Να συμπληρώσεις το έντυπο πληρωμής με βάση τα κέρματα που συνέλεξε η Λουίζα από το **δεύτερο τμήμα.**

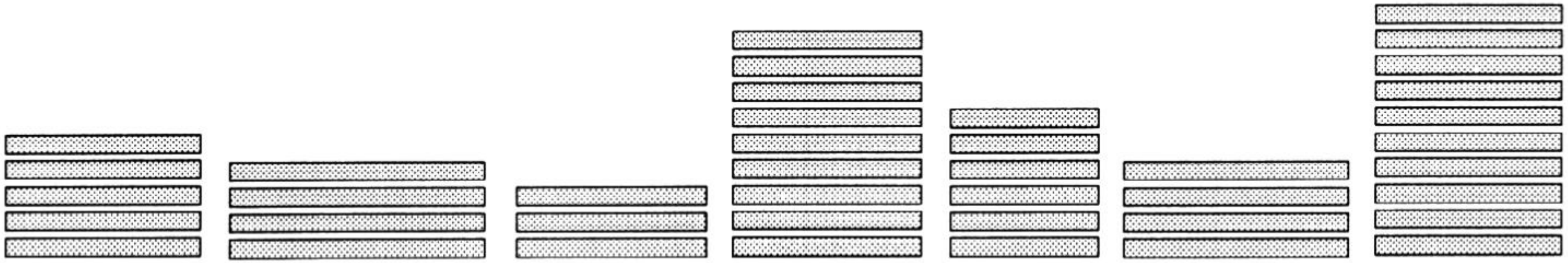
* Να βεβαιωθείς ότι το τελικό ποσό είναι σωστό.

Να τι συνέλεξε η Λουϊζα από το **τρίτο τμήμα.**

Smile **2225**



1 ευρώ	50 λεπτά	20 λεπτά	10 λεπτά	5 λεπτά	2 λεπτά	1 λεπτό



5 κέρματα	4 κέρματα	3 κέρματα	9 κέρματα	6 κέρματα	4 κέρματα	10 κέρματα

Στο φύλλο εργασίας

* Να συμπληρώσεις το έντυπο πληρωμής με βάση τα κέρματα που συνέλεξε η Λουίζα από το **τρίτο τμήμα.**

* Να συμπληρώσεις το τελικό ποσό.

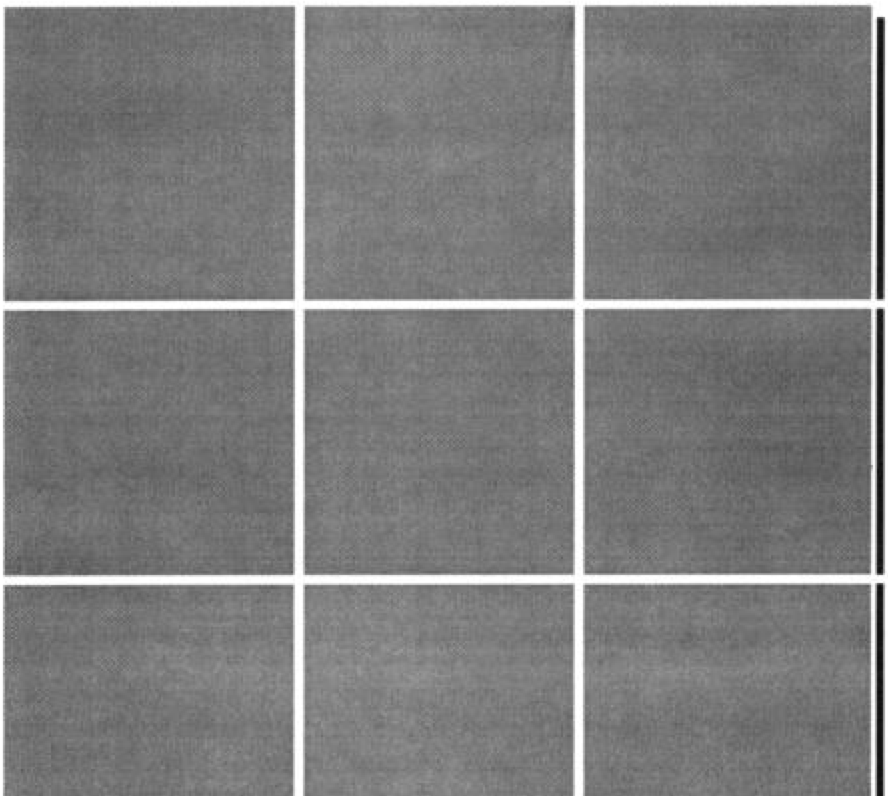
5 λεπτά η σειρά

Μια δραστηριότητα για 2 άτομα.

Σύνολο 5 λεπτά

Θα χρειαστείς τέσσερα κέρματα του ενός λεπτού  και τέσσερα κέρματα  των δύο λεπτών

* Διαλέξτε ο καθένας με τη σειρά ένα νόμισμα.
* Τοποθετήστε το νόμισμα σε ένα από τα τετραγωνάκια.
* Κερδίζετε ένα βαθμό, αν σχηματίσετε μια σειρά, η οποία θα δίνει άθροισμα 5.



Σύνολο 50 λεπτά
Θα χρειαστείς τέσσερα κέρματα των δέκα λεπτών  και τέσσερα κέρματα  των είκοσι λεπτών.

Αν δεν έχεις αυτά τα κέρματα, χρησιμοποίησε το φύλλο εργασίας **2205α**.

* Αυτή τη φορά για να κερδίσεις 1 βαθμό θα χρειαστεί να σχηματίσεις μια σειρά, η οποία θα δίνει άθροισμα 50.

Smile **2229**

Δευτεροβάθμιες συναρτήσεις και πρώτοι αριθμοί

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων ή ένα λογιστικό φύλλο.

Οι πρώτοι αριθμοί αποτελούν συναρπαστικό θέμα για τους μαθηματικούς. Έχουν αναπτυχθεί πολλοί τρόποι δημιουργίας πρώτων αριθμών.

Οι δευτεροβάθμιες εξισώσεις μπορούν να δημιουργήσουν πρώτους αριθμούς,

π.χ

$$x \longrightarrow x^2 - x + 17$$

x	$x^2 - x + 17$
0	$0^2 - 0 + 17 = 17$
1	$1^2 - 1 + 17 = 17$
2	$2^2 - 2 + 17 = 19$
30	$30^2 - 30 + 17 = 887$

Η δευτεροβάθμια εξίσωση $x \longrightarrow x^2 - x + 17$ παράγει πρώτους αριθμούς. Όμως, αυτό δε συμβαίνει πάντα.

- Να βρεις κάποιες τιμές του x, για τις οποίες το αποτέλεσμα της συγκεκριμένης εξίσωσης δεν είναι πρώτος αριθμός.

Ο πίνακας πρώτων αριθμών στο πίσω μέρος της κάρτας θα σε βοηθήσει στην έρευνά σου.

Επίσης, η εξίσωση $x^2 - x + 41$ παράγει πρώτους αριθμούς.

- Η συγκεκριμένη εξίσωση παράγει *πάντα* πρώτο αριθμό;

- Να βρεις άλλες δευτεροβάθμιες εξισώσεις που είναι καλοί γεννήτορες πρώτων αριθμών.

Πίνακας πρώτων αριθμών

Smile **2229**

Πίνακας πρώτων αριθμών έως το **2700**

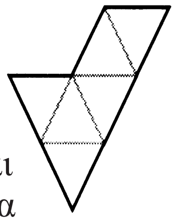
2	229	523	857	1201	1559	1933	2311
3	233	541	859	1213	1567	1949	2333
5	239	547	863	1217	1571	1951	2339
7	241	557	877	1223	1579	1973	2341
11	251	563	881	1229	1583	1979	2347
13	257	569	883	1231	1597	1987	2351
17	263	571	887	1237	1601	1993	2357
19	269	577	907	1249	1607	1997	2371
23	271	587	911	1259	1609	1999	2377
29	277	593	919	1277	1613	2003	2381
31	281	599	929	1279	1619	2011	2383
37	283	601	937	1283	1621	2017	2389
41	293	607	941	1289	1627	2027	2393
43	307	613	947	1291	1637	2029	2399
47	311	617	953	1297	1657	2039	2411
53	313	619	967	1301	1663	2053	2417
59	317	631	971	1303	1667	2063	2423
61	331	641	977	1307	1669	2069	2437
67	337	643	983	1319	1693	2081	2441
71	347	647	991	1321	1697	2083	2447
73	349	653	997	1327	1699	2087	2459
79	353	659	1009	1361	1709	2089	2467
83	359	661	1013	1367	1721	2099	2473
89	367	673	1019	1373	1723	2111	2477
97	373	677	1021	1381	1733	2113	2503
101	379	683	1031	1399	1741	2129	2521
103	383	691	1033	1409	1747	2131	2531
107	389	701	1039	1423	1753	2137	2539
109	397	709	1049	1427	1759	2141	2543
113	401	719	1051	1429	1777	2143	2549
127	409	727	1061	1433	1783	2153	2551
131	419	733	1063	1439	1787	2161	2557
137	421	739	1069	1447	1789	2179	2579
139	431	743	1087	1451	1801	2203	2591
149	433	751	1091	1453	1811	2207	2593
151	439	757	1093	1459	1823	2213	2609
157	443	761	1097	1471	1831	2221	2617
163	449	769	1103	1481	1847	2237	2621
167	457	773	1109	1483	1861	2239	2633
173	461	787	1117	1487	1867	2243	2647
179	463	797	1123	1489	1871	2251	2657
181	467	809	1129	1493	1873	2267	2659
191	479	811	1151	1499	1877	2269	2663
193	487	821	1153	1511	1879	2273	2671
197	491	823	1163	1523	1889	2281	2677
199	499	827	1171	1531	1901	2287	2683
211	503	829	1181	1543	1907	2293	2687
223	509	839	1187	1549	1913	2297	2689
227	521	853	1193	1553	1931	2309	2693
							2699

Εξ-αμάντια

Μια δραστηριότητα για μια ομάδα 3 ή 4 ατόμων.

1

Αυτό είναι ένα εξ-αμάντιο.



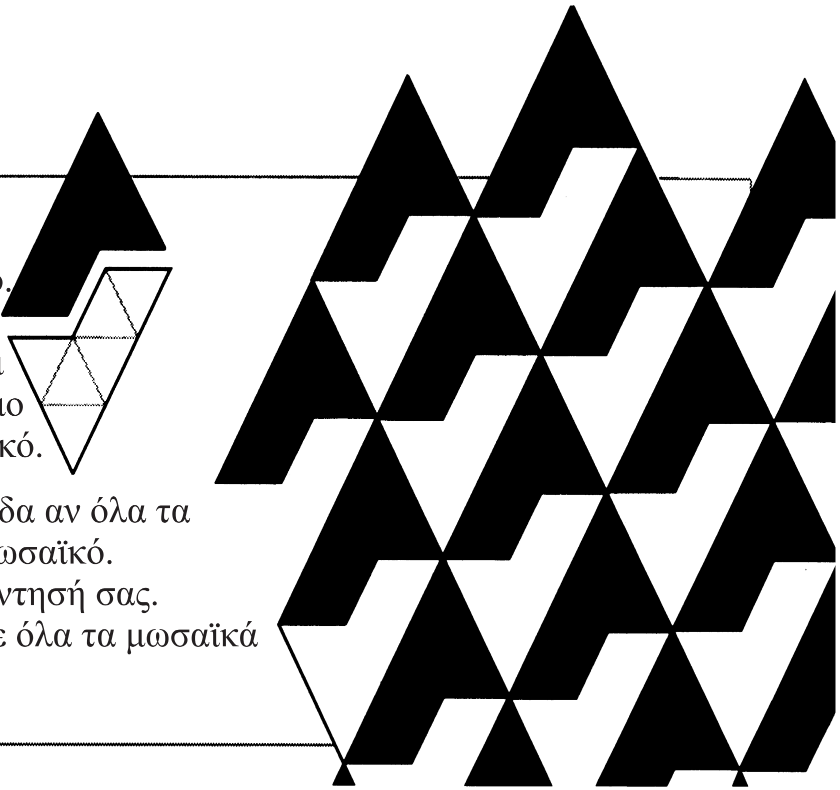
Κατασκευάζεται από 6 ισόπλευρα τρίγωνα.

Η ομάδα σου θα πρέπει να βρει όλα τα εξ-αμάντια.

- Πόσα διαφορετικά εξ-αμάντια βρήκατε;

2

Με αυτό το εξ-αμάντιο σχηματίζεται ένα μωσαϊκό.



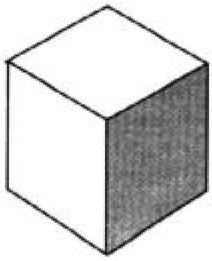
- Ο καθένας σας να επιλέξει ένα διαφορετικό εξ-αμάντιο που σχηματίζει ένα μωσαϊκό.
- Να αποφασίσετε στην ομάδα αν όλα τα εξ-αμάντια σχηματίζουν μωσαϊκό.
- Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Να φτιάξετε ένα πόστερ με όλα τα μωσαϊκά που σχηματίσατε.

Smile **2232**

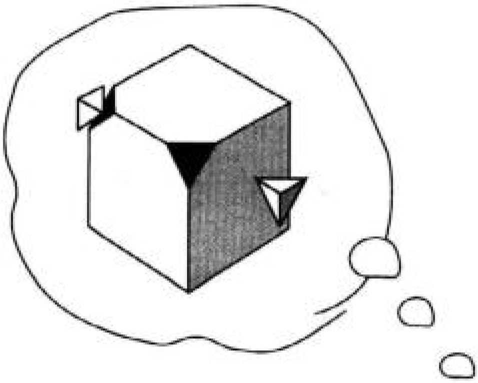
Τεμαχισμός κύβου

Θα χρειαστείς το κουτί με τα στερεά και πλαστελίνη.

- Να τοποθετήσεις έναν κύβο στο τραπέζι μπροστά σου.



- Να φανταστείς ότι κόβεις ένα κομμάτι από κάθε γωνία του κύβου.



- Να σχεδιάσεις το νέο στερεό που φαντάστηκες.
- Να σχεδιάσεις το ανάπτυγμά του με ακρίβεια και να κατασκευάσεις το στερεό.
  Το στερεό εξαρτάται από το πόσο πολύ "έχεις κόψει" από την κάθε γωνία.

  Προσπάθησε να κάνεις τα παρακάτω:

  "Αφού κόπηκαν οι γωνίες, έμεινε το ***ένα τρίτο*** *του μήκους της αρχικής ακμής".*

  "Αφού κόπηκαν οι γωνίες, δεν έμεινε ***καμία*** *από τις αρχικές ακμές του κύβου".*

- Προσπάθησε να "κόψεις γωνίες" από:
  ένα τετράεδρο - ένα οκτάγωνο - άλλα στερεά.

Ορίζοντας περιοχές

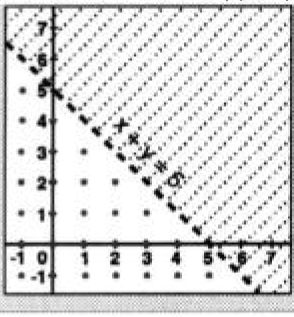
Smile 2234

Μπορείς να χρησιμοποιήσεις κάποια κατάλληλη γλώσσα προγραμματισμού στον Η/Υ.

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα ασχολείται με τις περιοχές που ορίζονται από ανισότητες.

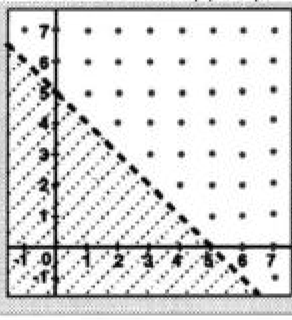
$x + y < 5$

Η ευθεία x +y =5 καθορίζει το όριο της περιοχής x + y < 5. Η ευθεία δεν συμπεριλαμβάνεται στην περιοχή, γι' αυτό είναι διακεκομμένη.



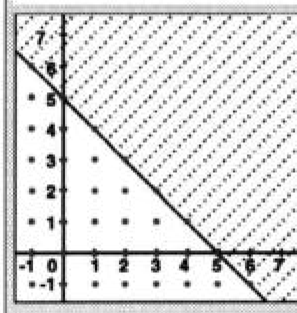
$x + y > 5$

Η ευθεία x + y = 5 καθορίζει το σύνορο της περιοχής x + y > 5 . Η γραμμή δεν συμπεριλαμβάνεται στην περιοχή, γι' αυτό είναι διακεκομμένη.



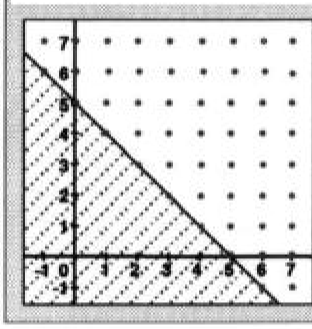
$x + y \le 5$

Η ευθεία x + y =5 συμπεριλαμβάνεται στην περιοχή, γι' αυτό είναι κανονική.



$x + y \ge 5$

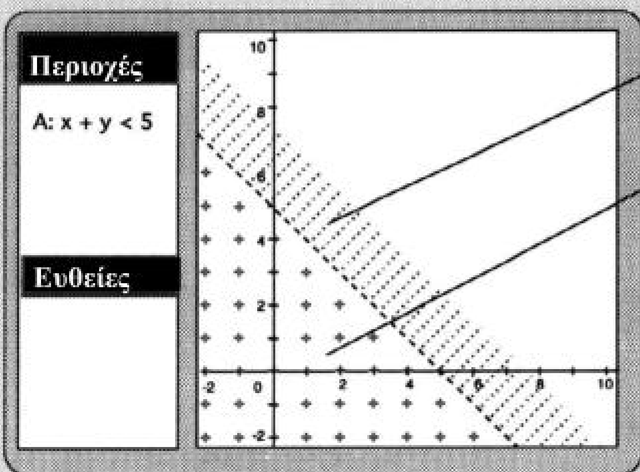
Η ευθεία x + y =5 συμπεριλαμβάνεται στην περιοχή, γι' αυτό είναι κανονική.



Χρησιμοποιώντας κάποια γλώσσα προγραμματισμού

Να εισάγεις την ανισότητα x + y < 5

Να βρεις τα σημεία που δηλώνουν τους ακεραίους, οι οποίοι ικανοποιούν την ανισότητα.



Το πρόγραμμα είναι πιθανόν να σκιάζει την ακμή της περιοχής που δεν χρειάζεσαι.

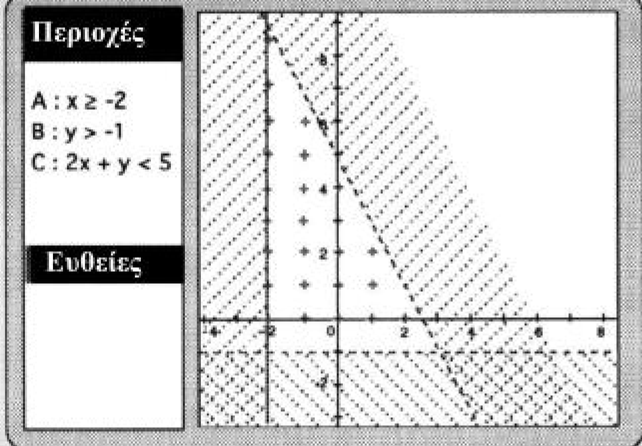
Οποιοδήποτε σημείο στην περιοχή αυτή ικανοποιεί την ανισότητα. $x + y < 5$

πχ (2, 1) ή (4, -2)

$x + y < 5$ $\quad$ $x + y < 5$

$2 + 1 < 5$ $\quad$ $4 + -2 < 5$

■ Να διερευνήσεις αν άλλα σημεία σε αυτήν την περιοχή ικανοποιούν την ανισότητα $x + y < 5$



Η μη σκιασμένη περιοχή καθορίζεται από τρεις ανισότητες:

$$x \ge -2$$
$$y > -1$$
$$2x + y < 5$$

Το σημείο (-2, 3) ικανοποιεί αυτές τις τρεις ανισότητες.

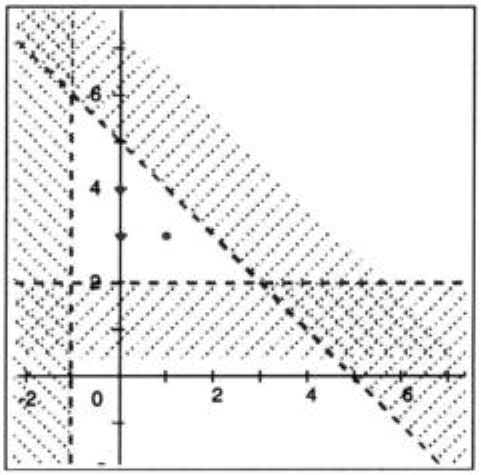
■ Να επιλέξεις άλλα σημεία στην περιοχή και να εξετάσεις αν οι συντεταγμένες τους ικανοποιούν τις τρεις ανισότητες.

■ Να βρεις τις ανισότητες που καθορίζουν τις ακόλουθες περιοχές. Οι ακέραιοι που ικανοποιούν τις ανισότητες δηλώνονται με το σύμβολο •

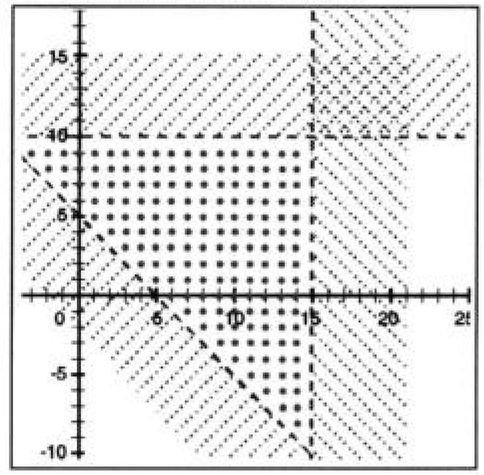
Smile **2234**

Ίσως βοηθήσει να χαράξεις τις γραμμές πρώτα και μετά να καθορίσεις την περιοχή.

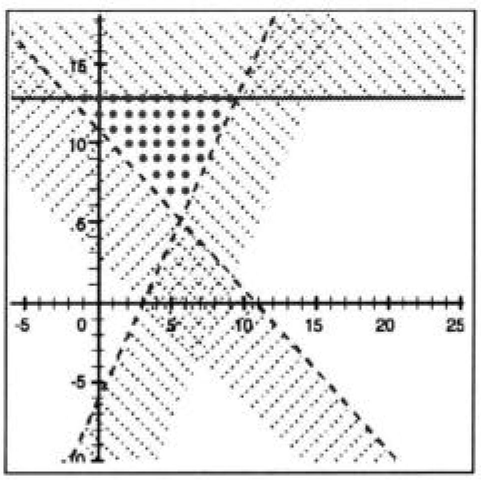
1.



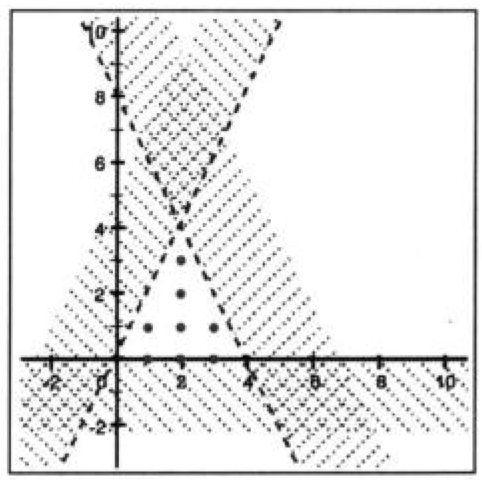
2.



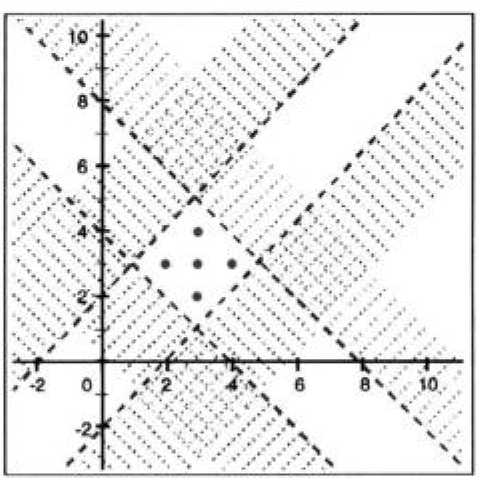
3.



4.



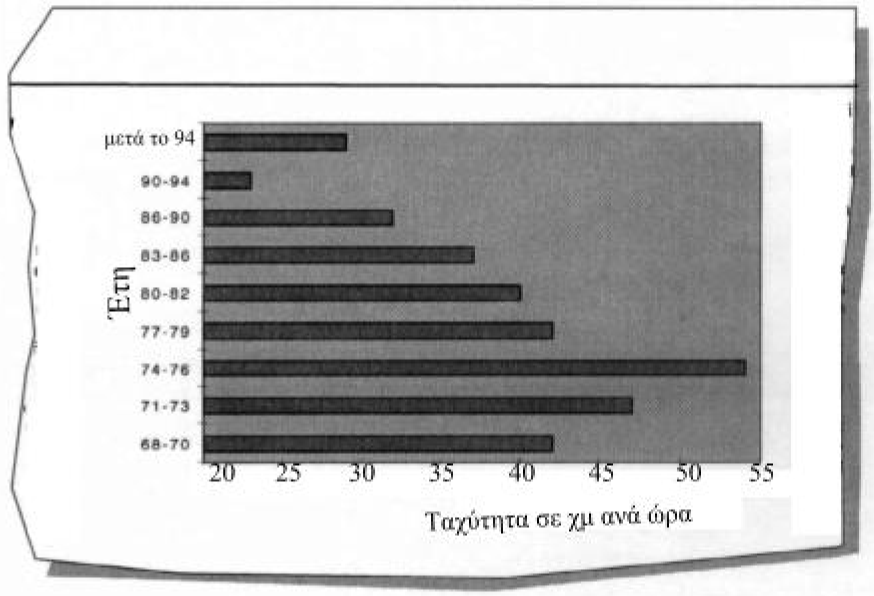
5.



Κύριος τίτλος εφημερίδας

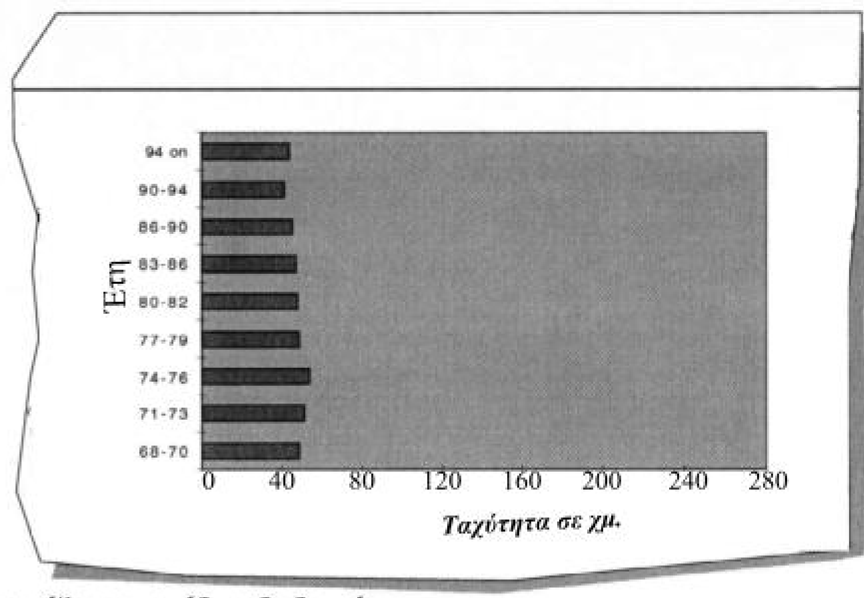
1. Ένα γράφημα σε μια εφημερίδα δείχνει το μέσο όρο ταχύτητας των οχημάτων σε μια επαρχιακή πόλη από το 1968.

- Να φανταστείς ότι είσαι δημοσιογράφος.
- Να γράψεις τον τίτλο που θα σημείωνες κάτω από αυτό το γράφημα.



2. Το γράφημα σε αυτό το άρθρο της εφημερίδας δείχνει επίσης το μέσο όρο ταχύτητας στην ίδια πόλη από το 1968.

- Να προτείνεις έναν τίτλο γι΄αυτό το γράφημα.
- Να γράψεις μερικές προτάσεις, για να υποστηρίξεις τον τίτλο που έδωσες.



3. Και τα δύο γραφήματα απεικονίζουν τα ίδια δεδομένα.

- Να εξηγήσεις γιατί τα δύο γραφήματα είναι τόσο διαφορετικά το ένα από το άλλο.

Να κοιτάξεις: Πώς κυμαίνονται οι ταχύτητες στον οριζόντιο άξονα.
Τη χαμηλότερη ταχύτητα που παρουσιάζεται στο γράφημα.

1. Να διαλέξεις μια από τις παρακάτω πληροφορίες.

- Να διατυπώσεις δύο τίτλους που να είναι σε αντιπαραβολή και να σχεδιάσεις ένα γράφημα για κάθε τίτλο, ο οποίος να απεικονίζει τα δεδομένα που έχεις επιλέξει.
  Μπορείς να φτιάξεις πρώτα τα γραφήματα και στη συνέχεια να αποφασίσεις για τους τίτλους.

Προσδοκώμενος πληθυσμός στην Ελλάδα (σε εκατομμύρια)

Έτος

2001	2011	2021	2031	2041	2051
59,8	61,3	62,1	62,2	61,2	59,6

Περιστατικά Σαλμονέλας στην Ελλάδα

Έτος

1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
13 330	16 976	20 532	27 478	29 998	30 112	27 693	31 355	30 650	30 428

Μέση θερμο-κρασία στην Ελλάδα

1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
9,1	9,7	9,8	9,6	8,8	8,7	9,0	9,8	10,5	10,6

5. Να βρεις ένα γράφημα σε εφημερίδα ή περιοδικό.

- Τι πιστεύεις ότι δημιουργήθηκε πρώτα; Ο τίτλος ή οι άξονες του γραφήματος;

Όλα τα στατιστικά στοιχεία προέρχονται από το βιβλίο *«3d World Guide 1991-92»*.

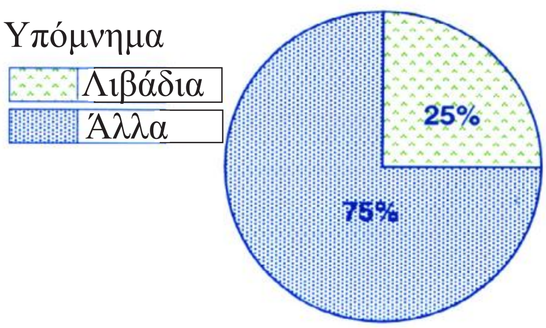
Σε οποιαδήποτε χώρα, η γη μπορεί να χωριστεί στις παρακάτω 4 κατηγορίες.

Καλλιεργήσιμη γη	-	καλλιέργεια τροφής, π.χ. ρυζιού
Λιβάδια	-	χόρτο για τα ζώα
Δάση	-	δέντρα
Άλλα	-	έρημος, πόλεις, βουνά κ.λπ.

Το νησί Νόρφολκ είναι ένα μικρό νησί στα ανατολικά παράλια της Αυστραλίας.

Νησί Νόρφολκ

Σε αυτό το κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζεται η χρήση της γης.



Το **25 %** της γης είναι λιβάδια.

Το νησί Νόρφολκ έχει συνολικό εμβαδόν **40 τ.χ.**

Το εμβαδόν των λιβαδιών είναι 25% των 40 τ.χ., δηλαδή **10 τ.χ.**

Smile **2236**

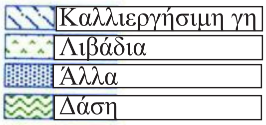
1

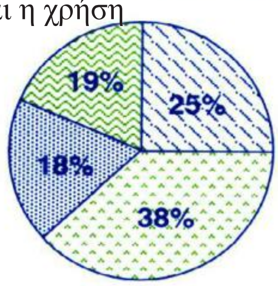
Το Λίχτενσταϊν είναι μια χώρα της Κεντρικής Ευρώπης.

Λίχτενσταϊν

Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζεται η χρήση της γης στο Λίχτενσταϊν.

Υπόμνημα





Το Λίχτενσταϊν έχει συνολικό εμβαδόν 160 τ.χ.
Ποιο είναι το ποσοστό της καλλιεργήσιμης γης;

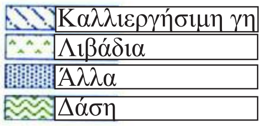
2

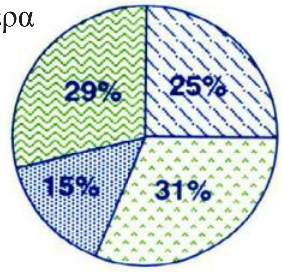
Η Σιέρα Λεόνε είναι μια χώρα της Δυτικής Αφρικής

Σιέρα Λεόνε

Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζεται η χρήση της γης στη Σιέρα Λεόνε.

Υπόμνημα





Η Σιέρα Λεόνε έχει συνολικό εμβαδόν 71.740 τ.χ.
Ποιο είναι το ποσοστό της καλλιεργήσιμης γης;

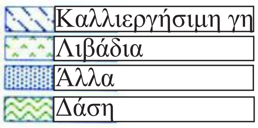
3

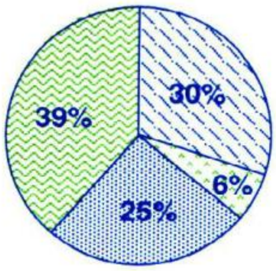
Η Πορτογαλία είναι μια χώρα της Νότιας Ευρώπης.

Πορτογαλία

Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζεται η χρήση της γης στην Πορτογαλία.

Υπόμνημα



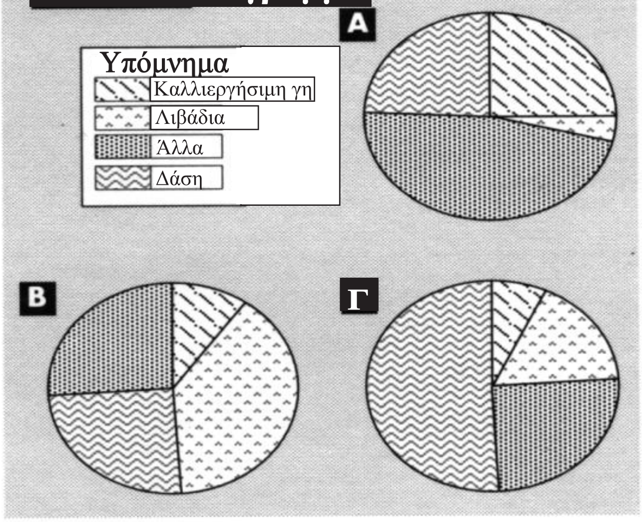


Η Πορτογαλία έχει συνολικό εμβαδόν 92.390 τ.χ.
Ποιο είναι το ποσοστό της γης που χρησιμοποιείται για άλλους σκοπούς;

Smile **2236**

4 Να αντιστοιχίσεις κάθε κυκλικό διάγραμμα με τη χώρα και τα δεδομένα.

Κυκλικό Διάγραμμα



Χώρα

Το συνολικό εμβαδόν της χώρας είναι 41. 290 τ.χ.

Καλλιεργήσιμη γη	10%
Λιβάδια	39%
Άλλα	26%
Δάση	25%

Παναμάς
Το συνολικό εμβαδόν της χώρας είναι 77. 080 τ.χ.

Καλλιεργήσιμη γη	7%
Λιβάδια	17%
Άλλα	25%
Δάση	51%

Τόγκο
Το συνολικό εμβαδόν της χώρας είναι 56. 790 τ.χ.

Καλλιεργήσιμη γη	25%
Λιβάδια	4%
Άλλα	47%
Δάση	24%

Δεδομένα

1 Τα 14.197,5 τ.χ. της χώρας είναι καλλιεργήσιμες εκτάσεις.

2 Τα 10.322,5 τ.χ. της χώρας είναι δάση.

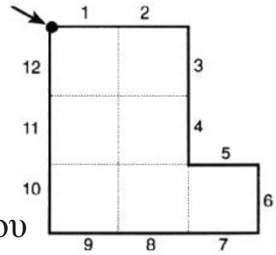
3 Τα 19.270 τ.χ. της χώρας είναι πόλεις, βουνά κ.λπ.

5 Να εξηγήσεις γιατί η παρακάτω παρατήρηση δεν είναι σωστή. Smile **2236**

«Το 25 % του Τόνγκο και της Σιέρα Λεόνε είναι καλλιεργήσιμη γη. Αυτό σημαίνει ότι μπορούν να παράγουν τις ίδιες ποσότητες προϊόντων».

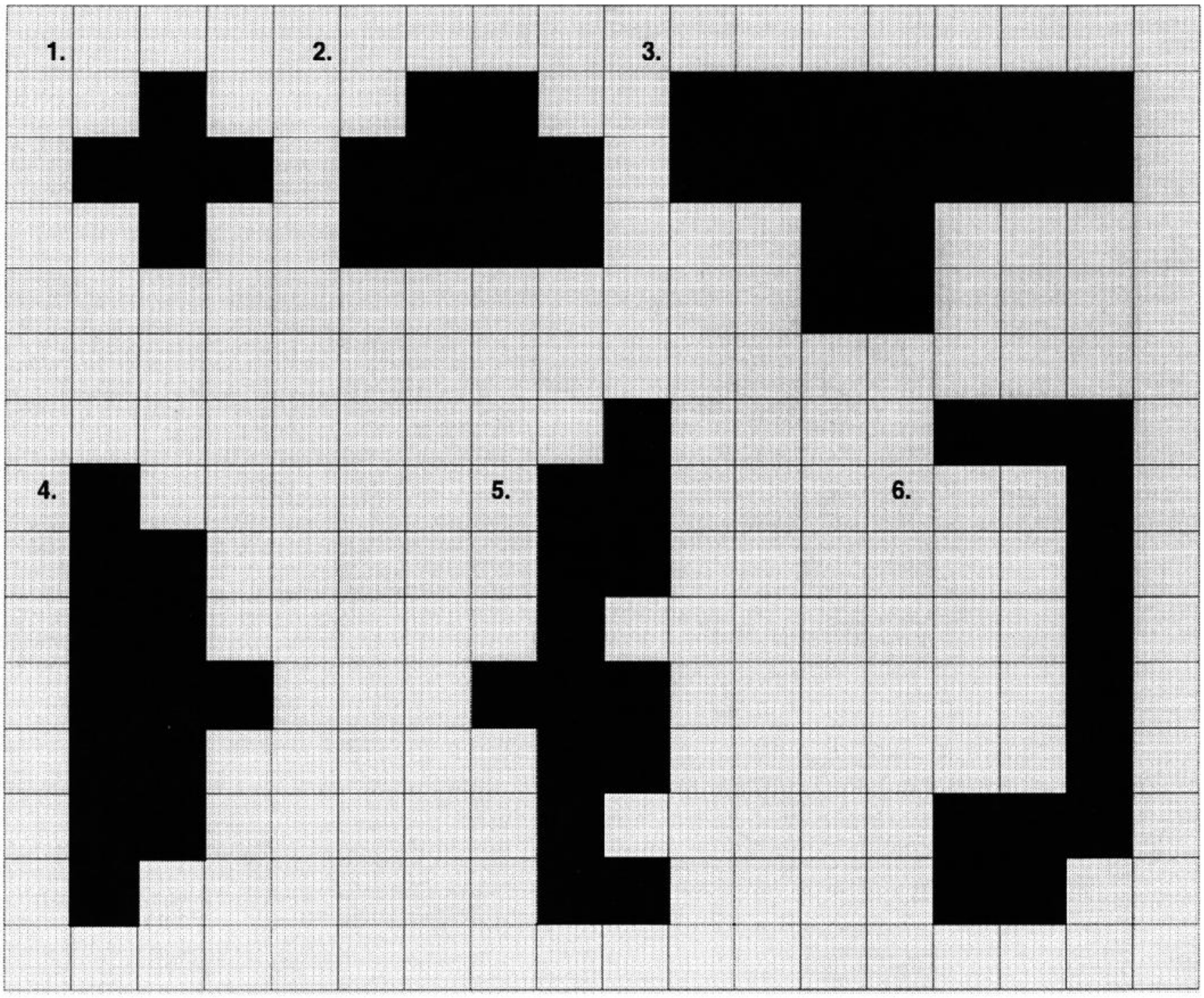
Βρείτε την περίμετρο

Η **περίμετρος** είναι το άθροισμα των μηκών όλων των πλευρών ενός σχήματος.



Η περίμετρος αυτού του σχήματος L είναι 12 εκ.

- Να αντιγράψεις τα παρακάτω σχήματα σε τετραγωνισμένο χαρτί του ενός εκατοστού.
- Ποια είναι η περίμετρος του κάθε σχήματος;



7. Να σχεδιάσεις 2 δικά σου σχήματα.
Ποια είναι η περίμετρος καθενός σχήματος;

8. Να σχεδιάσεις δύο διαφορετικά σχήματα με περίμετρο 12 εκ.

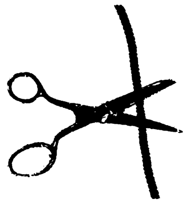
Smile **2241**

Κόβω σε κομμάτια

Θα χρειαστείς σκοινί και ψαλίδι.

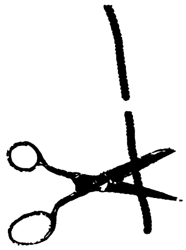
Πείραμα 1

Αυτό είναι ένα κομμάτι σκοινί.



Με 1 ψαλιδιά παίρνεις 2 κομμάτια.

Πόσα κομμάτια παίρνεις με 2 ψαλιδιές;



Πόσα κομμάτια παίρνεις με 3 ψαλιδιές, με 4 ψαλιδιές. . . ;

Πίνακας αποτελεσμάτων

* Να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου σε έναν πίνακα.

Ψαλιδιές	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Κομμάτια	1	2							

Κανονικότητα

Υπάρχει ένας κανόνας που συνδέει τις ψαλιδιές με τα κομμάτια.
Ο αριθμός των κομματιών είναι ο ίδιος με τον αριθμό από τις ψαλιδιές, **συν 1**.

Τύπος

Ο αριθμός για τις ψαλιδιές είναι **c**
Ο αριθμός για τα κομμάτια είναι **p**
Ο τύπος για αυτό το πείραμα είναι
$\mathbf{p = c + 1}$

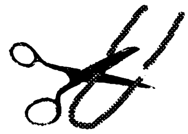
*Πόσα κομμάτια σκοινιού θα πάρεις με 50 ψαλιδιές;

Smile **2241**

Για καθένα από τα παρακάτω πειράματα:
*Να φτιάξεις έναν πίνακα αποτελεσμάτων.
*Προσπάθησε να διατυπώσεις τον κανόνα
*Να βρεις τον τύπο **p =** . . .

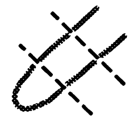
Πείραμα 2

Να διπλώσεις ένα κομμάτι σκοινιού μία φορά και να το κόψεις 1 φορά.



Πόσα κομμάτια θα πάρεις;

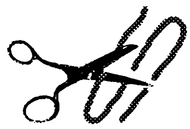
Πόσα κομμάτια θα πάρεις με δύο ψαλιδιές. . .



3,4,5. . . ψαλιδιές;

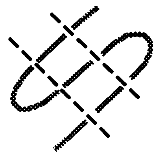
Πείραμα 3

Να διπλώσεις ένα κομμάτι σκοινί δύο φορές και να το κόψεις 1 φορά.



Πόσα κομμάτια θα πάρεις;

Πόσα κομμάτια θα πάρεις με δύο ψαλιδιές. . .

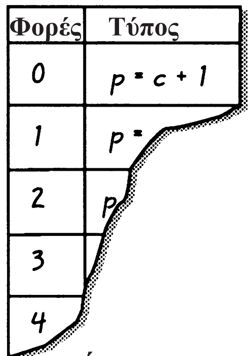


3,4,5. . . ψαλιδιές;

Πείραμα 4

Τι συμβαίνει όταν διπλώνεις ένα κομμάτι σκοινιού **3** φορές και το κόβεις. . .
4 φορές
5 φορές;

Να παρουσιάσεις όλους τους τύπους που έφτιαξες σε έναν πίνακα.



* Να περιγράψεις την κανονικότητα που υπάρχει στους τύπους σου, δηλαδή τον κανόνα που συνδέει τα c, p και τον αριθμό από φορές που είναι το σκοινί διπλωμένο.

Σειρές και στήλες

Θα χρειαστείς αυτές τις εννέα κάρτες από το Smile **2226** ή εννέα μικρά κομμάτια χαρτί, αριθμημένα από το 1 μέχρι το 9.

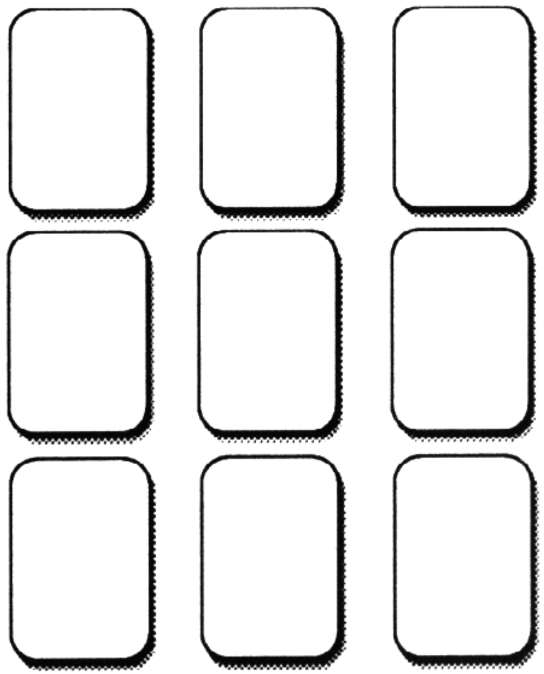
* Να χρησιμοποιήσεις τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 μόνο μία φορά.

Να τους τοποθετήσεις σε τρεις σειρές και τρεις στήλες, έτσι ώστε:

- Το άθροισμα των αριθμών στην *πρώτη σειρά* να είναι ίσο με το άθροισμα των αριθμών στην *πρώτη στήλη*.

- Το άθροισμα των αριθμών στη *δεύτερη σειρά* να είναι ίσο με το άθροισμα των αριθμών στη *δεύτερη στήλη*.

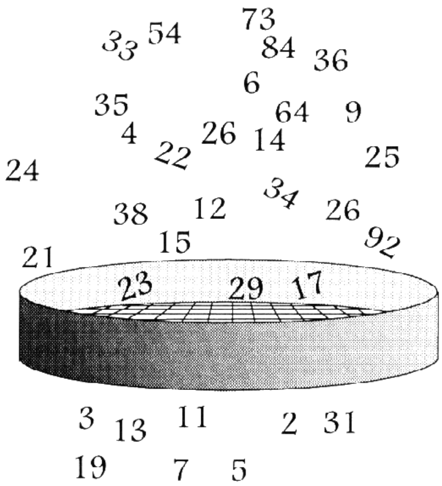
- Το άθροισμα των αριθμών στην *τρίτη σειρά* να είναι ίσο με το άθροισμα των αριθμών στην *τρίτη στήλη*.



* Να βρεις ένα διαφορετικό τρόπο για να λύσεις το πρόβλημα.
* Πόσοι διαφορετικοί τρόποι υπάρχουν για να λύσεις το πρόβλημα;

Το κόσκινο του Ερατοσθένη

Θα χρειαστείς ένα τετράγωνο του 100.



Ένας από τους πρώτους ανθρώπους που προσπάθησε να βρει όλους τους πρώτους αριθμούς ήταν ο Ερατοσθένης, περίπου 2.500 χρόνια πριν.

Ήταν Έλληνας μαθηματικός, αστρονόμος, αθλητής, ιστορικός και ποιητής, που γεννήθηκε περίπου το 276 π.Χ. και πέθανε περίπου το 194 π.Χ.

Ο Ερατοσθένης επινόησε ένα μαθηματικό κόσκινο. Οποιοσδήποτε αριθμός περνούσε από το κόσκινο ήταν πρώτος αριθμός.

Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο μπορείς να χρησιμοποιήσεις το κόσκινο του Ερατοσθένη, για να βρεις όλους τους πρώτους αριθμούς από το 1 μέχρι το 100.

Υπενθύμιση

Πρώτος αριθμός	ένας αριθμός με δύο παράγοντες ακριβώς, το 1 και τον εαυτό του. (Το 1 δεν είναι πρώτος αριθμός γιατί έχει μόνο έναν παράγοντα.)
Παράγοντας	ένας ακέραιος αριθμός, ο οποίος διαιρείται με έναν άλλο αριθμό ακριβώς.
Πολλαπλάσιο	το πολλαπλάσιο ενός αριθμού n είναι k x n, όταν το k είναι ακέραιος αριθμός. Μερικά πολλαπλάσια του 4 είναι 4, 8, 12. . .

Να χρησιμοποιήσεις το τετράγωνο του 100. Να ακολουθήσεις την παρακάτω μέθοδο για να βρεις όλους τους πρώτους αριθμούς μεταξύ του 1 και του 100.

Smile **2246**

1

Το 1 δεν είναι πρώτος αριθμός.
Έχει μόνο έναν παράγοντα.
▬ Να το σκιάσεις.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

2

Το 2 είναι ο πρώτος «πρώτος αριθμός». Έχει δύο παράγοντες, το 1 και το 2.
▬ Να κυκλώσεις το 2.
▬ Τα άλλα πολλαπλάσια του 2 δεν είναι πρώτοι αριθμοί. Να τα σκιάσεις.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

3

Το 3 είναι ο επόμενος πρώτος αριθμός. Έχει δύο παράγοντες, το 1 και το 3.
▬ Να κυκλώσεις το 3.
Τα άλλα πολλαπλάσια του 3 δεν είναι πρώτοι αριθμοί. Να τα σκιάσεις.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31									

4

Το 4 είναι ήδη σκιασμένο.
▬ Να εξηγήσεις γιατί. Άλλα πολλαπλάσια του 4 θα πρέπει να είναι επίσης σκιασμένα. Να ελέγξεις αν είναι σκιασμένα.

5

Το 5 είναι ο επόμενος μη σκιασμένος αριθμός. Είναι πρώτος αριθμός.
▬ Να κυκλώσεις το 5.
▬ Τα άλλα πολλαπλάσια του 5 δεν είναι πρώτοι αριθμοί. Να τα σκιάσεις.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

6

Όλα τα πολλαπλάσια του 6 είναι ήδη σκιασμένα.
▬ Να εξηγήσεις γιατί.

7

Ο επόμενος μη σκιασμένος αριθμός είναι το 7. Είναι πρώτος αριθμός.
▬ Να κυκλώσεις το 7.
▬ Τα άλλα πολλαπλάσια του 7 δεν είναι πρώτοι αριθμοί. Να τα σκιάσεις.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Να συνεχίσεις χρησιμοποιώντας αυτό τον τρόπο μέχρι να κυκλωθούν ή να σκιαστούν όλοι οι αριθμοί στο τετράγωνο του 100.
Οι **κυκλωμένοι** αριθμοί είναι οι **πρώτοι αριθμοί** ανάμεσα στο 1 και στο 100.
Θα πρέπει να είναι 25.

▬ Να βρεις ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι πρώτοι, χρησιμοποιώντας τις γνώσεις σου σχετικά με παράγοντες και πολλαπλάσια.

113 117 136 149 173

Smile **2247**

Περισσότερο, λιγότερο

Θα χρειαστείς το φύλλο εργασίας **2247α.**

Σε αυτή τη δραστηριότητα θα χρησιμοποιούνται μόνο θετικοί ακέραιοι αριθμοί, όπως 1, 2, 3, 4…

x = 14 σημαίνει ότι ο x είναι **ίσος** με 14.

x < 14 σημαίνει ότι ο x είναι ένας αριθμός ο οποίος είναι **μικρότερος** από 14.
Έτσι, x <14 σημαίνει ότι ο x μπορεί να είναι 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13,
(το 14 δεν συμπεριλαμβάνεται).

x>14 σημαίνει ότι ο x είναι ένας αριθμός **μεγαλύτερος** από 14.
Έτσι, x> 14 σημαίνει ότι ο x μπορεί να είναι 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21…
(το 14 *δεν* συμπεριλαμβάνεται).

1. Ποιοι αριθμοί μπορεί να είναι ο x στις παρακάτω ανισότητες;
   α) x<10 β) x<16 γ) x>13 δ) x>8

x≤ 14 σημαίνει ότι ο x είναι ένας αριθμός ο οποίος είναι **μικρότερος** ή **ίσος** με 14.
Έτσι, **x≤ 14** σημαίνει ότι ο x μπορεί να είναι 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ή 14
(το 14 συμπεριλαμβάνεται).
x≥ 14 σημαίνει ότι ο x είναι ένας αριθμός ο οποίος είναι μεγαλύτερος ή ίσος με το 14.
Έτσι, **x≥ 14** σημαίνει ότι ο x μπορεί να είναι 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21… (το 14 συμπεριλαμβάνεται).

2. Ποιοι αριθμοί μπορεί να είναι ο x στις παρακάτω ανισότητες;

   α) **x≤8** β) **x≤15** γ) **x≥17** δ) **x≥3**

x>3 και x<7 σημαίνει ότι ο x είναι ένας αριθμός, ο οποίος είναι **μεγαλύτερος** του 3 και **μικρότερος** του 7
Αυτό μπορεί να γραφεί 3<x<7.
Ο 3 είναι μικρότερος του x (ή ο x είναι μεγαλύτερος του 3) και ο x είναι μικρότερος του 7.

Έτσι, **3 < x < 7** σημαίνει ότι ο x μπορεί να είναι 4, 5 ή 6.
3 ≤ x ≤ 7 σημαίνει ότι ο x μπορεί να είναι 3, 4, 5, 6, ή 7.

3. Ποιοι αριθμοί μπορεί να είναι ο x στις παρακάτω ανισότητες;

   α) **2 < x < 13** β) **11 < x < 29** γ) **6 ≤ x ≤ 12** δ) **19 ≤ x ≤ 28**

   ε) **5 ≤ x ≤ 5** στ) **4 < x ≤ 8** ζ) **4 ≤ x < 8** η) **3 < x ≤ 7**

   Τι έχεις να παρατηρήσεις σχετικά με τις απαντήσεις σου στις περιπτώσεις ζ) και η);

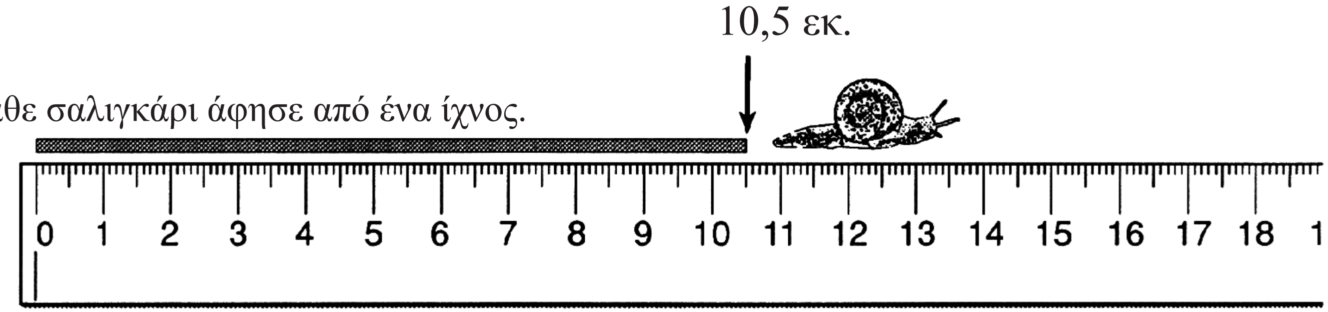
4. Να δείξεις πώς μπορούν τα παρακάτω να γραφούν ως ανισότητες.
   α) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 β) 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
   γ) 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 δ) 86, 87, 88, 89

5. Να συμπληρώσεις το φύλλο εργασίας **2247α**.

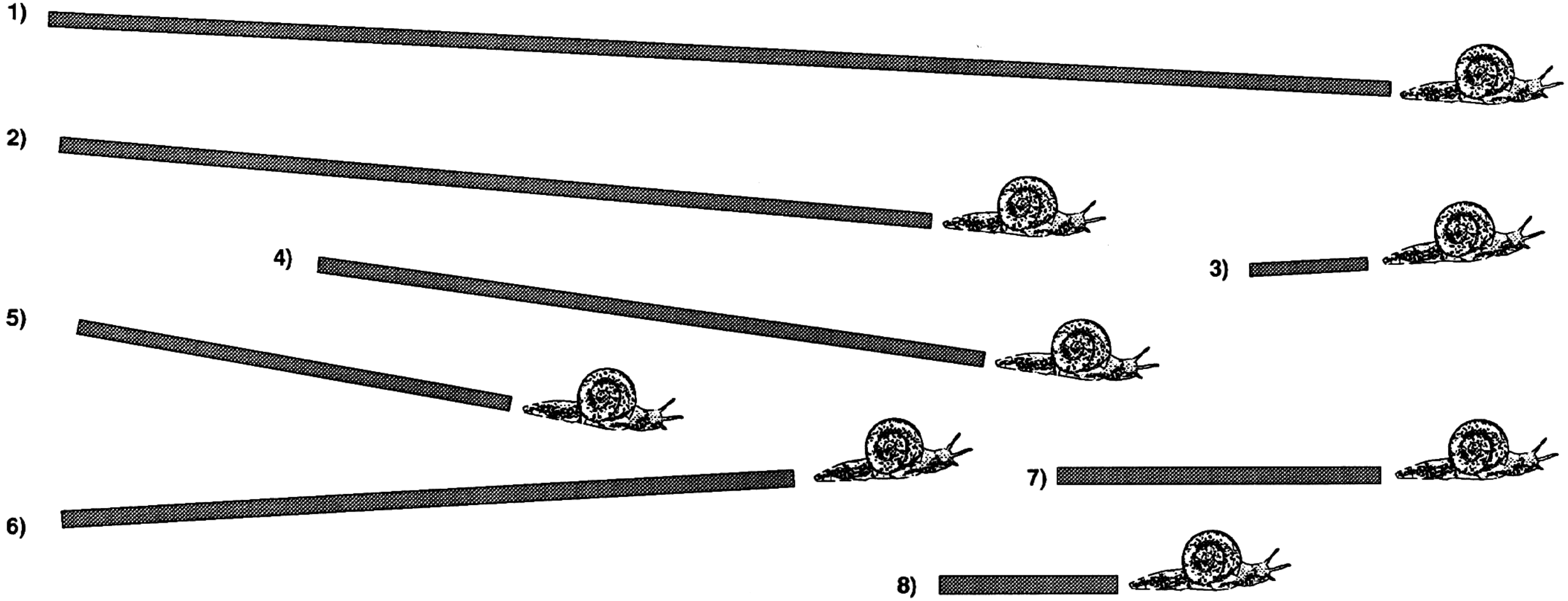
Smile **2248**

Ίχνη σαλιγκαριών

Χθες το βράδυ έβρεξε και το πρωί κάθε σαλιγκάρι άφησε από ένα ίχνος.



Να μετρήσεις το μήκος κάθε ίχνους σε εκατοστά (εκ.)



Σημεία τομής με τον άξονα των y

Smile 2249

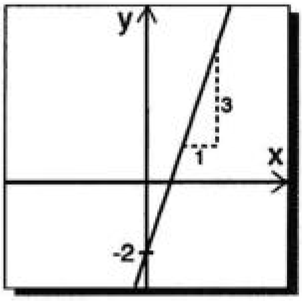
Οποιαδήποτε ευθεία γραμμή μπορεί να αναπαρασταθεί με μια ισότητα της μορφής $y = mx + c$, όπου m είναι η κλίση και c είναι η τομή της ευθείας με τον άξονα των y.

Παράδειγμα:

y = 3x – 2

κλίση = 3

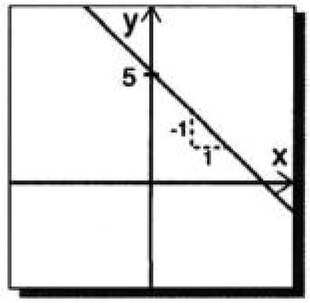
Τομή με τον άξονα των y = -2



y = -x + 5

κλίση = -1

Τομή με τον άξονα των y = 5



Αν η εξίσωση δεν είναι της μορφής $y = mx + c$, είναι απαραίτητο να τη μετατρέψουμε, έτσι ώστε το y να είναι το υποκείμενό της πριν σχεδιάσουμε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Για να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της εξίσωσης $\mathbf{x = \frac{3 - y}{2}}$,

πρώτα μετατρέπουμε την εξίσωση στη μορφή **y = mx + c.**

$$x = \frac{3-y}{2}$$

πολλαπλασιάζουμε με το **2** $\quad 2x = 2\left(\frac{3-y}{2}\right)$

$$2x = 3 - y$$

προσθέτουμε το **y** $\quad 2x + y = 3 - y + y$

αφαιρούμε το **2x** $\quad 2x - 2x + y = 3 - 2x$

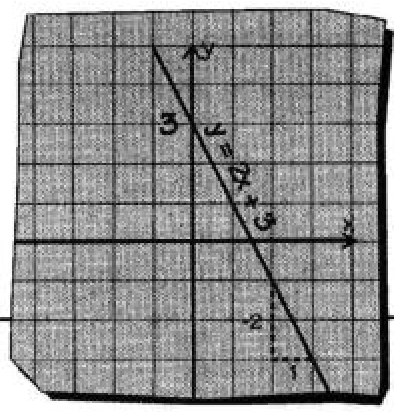
$$y = 3 - 2x$$

$$y = -2x + 3$$

Η εξίσωση έχει τώρα τη μορφή $y = mx + c$, όπου $m = -2$ και $c = 3$.

Η κλίση είναι -2 και η τομή με τον άξονα των y είναι 3.

Αυτή είναι η γραφική παράσταση της εξίσωσης.



Smile **2249**

1. Στις παρακάτω εξισώσεις:

- Να δώσεις τη μορφή $y = mx + c$
- Να σχεδιάσεις τη γραφική τους παράσταση

α)	$y + 3x = 4$	β)	$\frac{y-3}{2} = x$
γ)	$2(y + 5) = x$	δ)	$x = \frac{y+5}{2}$
ε)	$2(y - 1) + x = 0$	ζ)	$3(y + x) = 2y - 2$

2. Να χρησιμοποιήσεις τα σχεδιαγράμματα που έκανες, για να απαντήσεις στις παρακάτω ερωτήσεις:

α) Ποια γραφική παράσταση είναι παράλληλη στη γραφική παράσταση της $y + 3x = 4$;

β) Να σημειώσεις τις εξισώσεις δύο άλλων γραφικών παραστάσεων που έχεις σχεδιάσει και είναι παράλληλες.

γ) Να γράψεις την εξίσωση μιας γραφικής παράστασης που είναι παράλληλη της γραφικής παράστασης της $2(y + 5) = x$.

δ) Ποια γραφική παράσταση έχει το ίδιο σημείο τομής με τον άξονα y με τη γραφική παράσταση της $x = \frac{y+5}{2}$

ε) Να σημειώσεις την εξίσωση *οποιασδήποτε* γραφικής παράστασης που έχει το ίδιο σημείο τομής με τον άξονα των y με την $2(y - 1) + x = 0$

στ) Ποια γραφική παράσταση είναι κάθετη στη γραφική παράσταση της
$x = \frac{y+5}{2}$
Τι παρατηρείς σχετικά με τις κλίσεις των δύο γραφικών παραστάσεων;

ζ) Να γράψεις την εξίσωση οποιασδήποτε γραφικής παράστασης που είναι κάθετη στη γραφική παράσταση της $2(y + 5) = x$.

3. Χωρίς να σχεδιάσεις τις γραφικές παραστάσεις των παρακάτω εξισώσεων, να απαντήσεις στις ακόλουθες ερωτήσεις:

$2x = 3 - y$	$y = -2(x + ½)$	$\frac{y+1}{3} = x$

α) Ποιες από τις εξισώσεις έχουν γραφικές παραστάσεις που είναι παράλληλες μεταξύ τους;

β) Ποιες έχουν το ίδιο σημείο τομής με τον άξονα των y;

Επιλύοντας ανισότητες

Υπενθύμιση

$<$ σημαίνει "μικρότερο από"
$>$ σημαίνει "μεγαλύτερο από"
$\leq$ σημαίνει "μικρότερο από ή ίσο με"
$\geq$ σημαίνει "μεγαλύτερο από ή ίσο με"

Όταν εργαζόμαστε με **θετικούς** αριθμούς στις ανισότητες.

1

Αυτή η ανισότητα είναι αληθής $\boxed{-4 < 8}$

-4 είναι μικρότερο από 8

Προσθέτω 5 και στα δύο μέλη της ανισότητας, $-4 + 5 < 8 + 5$

για να πάρω $1 < 13$

Αυτή η ανισότητα είναι επίσης αληθής. $\boxed{1 < 13}$

1 είναι μικρότερο από 13

Να εφαρμόσεις τα παρακάτω και στα δύο μέρη της ανισότητας **-4 < 8**.
Κάθε φορά να ελέγχεις αν η νέα ανισότητα είναι επίσης αληθής.

(α) προσθέτω 1 (β) αφαιρώ 4 (γ) προσθέτω 3

(δ) πολλαπλασιάζω με 2 (ε) αφαιρώ 8 (ζ) διαιρώ με το 2

(η) πολλαπλασιάζω με 9 (θ) διαιρώ με 4

2

Για να επιλύσω την ανισότητα $x + 4 \leq 7$

Αφαιρώ 4 και από τα δύο μέρη της ανισότητας, $x + 4 - \mathbf{4} \leq 7 - \mathbf{4}$

για να πάρω $x \leq 3$

Η λύση της ανισότητας είναι $x \leq \mathbf{3}$.

Να επιλέξεις έναν αριθμό για το x που να είναι μικρότερος ή ίσος του 3, για να ελέγξεις τη λύση.

Παράδειγμα

Αντικαθιστώ το x = 2,7 στην ανισότητα $x + 4 \leq 7$

$2{,}7 + 4 \leq 7$

$6{,}7 \leq 7$

Το 6,7 είναι μικρότερο από το 7.

Να επιλύσεις τις παρακάτω ανισότητες:

(α) $x + 3 \leq 15$ (β) $x - 5 > 8$

(γ) $x - 7 \leq -2$ (δ) $2 \geq x - 5$

(ε) $2x > 5$ (ζ) $\frac{x}{3} < 8$

(η) $3x \geq 27$ (θ) $5 \leq \frac{x}{2}$

3

Να επιλύσεις την ανισότητα $3x - 4 \leq 2$

Προσθέτω 4 και στα δύο μέρη της ανισότητας, $3x - 4 + 4 \leq 2 + 4$

για να πάρω $3x \leq 6$

Διαιρώ και τα δύο μέρη με 3, $\frac{3x}{3} \leq \frac{6}{3}$

για να πάρω $x \leq 2$

Η λύση της ανισότητας είναι $x \leq 2$.

Να επιλέξεις έναν αριθμό για το x που να είναι μικρότερος από ή ίσος με 2, για να ελέγξεις τη λύση.

Να επιλύσεις τις παρακάτω ανισότητες:

(α) $4x - 1 \leq 11$ (β) $2x + 3 \geq 21$

(γ) $5 > 2x + 2$ (δ) $15 > 3x - 3$

(ε) $\frac{x}{4} - 5 \geq 25$ (ζ) $\frac{x}{3} + 2 \leq 4$

(η) $8 \leq \frac{3x}{4}$ (θ) $5x - 4 < 8 + x$

4 Όταν εργαζόμαστε με **αρνητικούς** αριθμούς στις ανισότητες.

Αυτή η ανισότητα είναι αληθής

$$-4 < 8$$

Πολλαπλασιάζω και τα δύο μέρη της ανισότητας με το **-3**,

$$-4 \times -3 < 8 \times -3$$

για να πάρω

$$12 < -24$$

Αυτή η ανισότητα *δεν είναι αληθής*.

Το 12 δεν είναι μικρότερο από το -24

Αν αντιστρέψεις το σημάδι της ανισότητας, η νέα ανισότητα θα είναι αληθής.

$$12 > -24$$

Το 12 είναι μεγαλύτερο από το -24

Να εφαρμόσεις τα παρακάτω και στα δύο μέρη της ανισότητας **- 4 < 8**.
Κάθε φορά, να ελέγχεις αν είναι απαραίτητο να αντιστρέφεις το σημάδι της ανισότητας, για να κάνεις τη νέα ανισότητα αληθή.

(α) πολλαπλασιάζω με -2 (β) διαιρώ με -2

(γ) προσθέτω -3 (δ) αφαιρώ -4

(ε) διαιρώ με -1 (ζ) πολλαπλασιάζω με -4

(η) προσθέτω -10 (θ) αφαιρώ -2

Πότε είναι απαραίτητο να αντιστρέψεις το σημάδι της ανισότητας, για να κάνεις τη νέα ανισότητα αληθή;

5

Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις.

Μια ανισότητα παραμένει αληθής όταν:

________ έναν αρνητικό αριθμό και στα δύο μέρη της ανισότητας

ή

________ έναν αρνητικό αριθμό από τα δύο μέρη της ανισότητας.

Το σημάδι της ανισότητας πρέπει να αντιστραφεί, η νέα ανισότητα να παραμένει αληθής, όταν:

________ και τα δύο μέρη της ανισότητας με έναν αρνητικό αριθμό

ή

________ και τα δύο μέρη της ανισότητας με έναν αρνητικό αριθμό.

6

Για να επιλύσω την ανισότητα $10 - 2x > 4$

Αφαιρώ 10 και από τα δύο μέρη της ανισότητας, $10 - \mathbf{10} - 2x > 4 - \mathbf{10}$

για να πάρω $-2x > -6$

Διαιρώ και τα δύο μέρη με -2
και αντιστρέφω το σημάδι της ανισότητας, $\dfrac{-2x}{-2} < \dfrac{-6}{-2}$

για να πάρω $x < 3$

Η λύση στην ανισότητα είναι x < **3**.

Να επιλέξεις έναν αριθμό για το x που να είναι μικρότερος από 3, για να ελέγξεις τη λύση.

Να επιλύσεις τις παρακάτω ανισότητες:

(α) $5 - 3x < 7$ (β) $-5 + 3x \leq 16$

(γ) $4 - 3x \geq 22$ (δ) $7 - 2x \leq -19$

(ε) $-2 - 3x \leq 10$ (ζ) $3 - 4x > 11 + x$

(η) $5 - \dfrac{x}{2} > 0$ (θ) $\dfrac{x}{2} - 5 < x + 4$

Smile **2255**

Προσθέτουμε τη μονάδα

- **Να προσθέσεις 1** στον αριθμητή και στον παρονομαστή ενός κλάσματος.
  Μεγαλώνει ή μικραίνει το κλάσμα;
  Να κάνεις τη σύγκριση, αφού μετατρέψεις τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς.

$\frac{50}{100} = 0,5$

$\frac{51}{101} = 0,5049505$

Είναι το $\frac{51}{100}$ μικρότερο ή μεγαλύτερο από το $\frac{50}{100}$

$\frac{52}{102} =$;

Να χρησιμοποιήσεις ένα λογιστικό φύλλο, για να βγάλεις πιο γρήγορα τα αποτελέσματά σου.

	A	B	Γ
1			
2	50	100	0.5
3	51	101	0,504950495
4	52	102	0,509803922
5	53	103	0,514563107
6	54	104	0,519230769
7	55	105	0,523809524
8	56	106	0,528301887
9	57	107	0,53271028
10	58	108	0,537037037
11	59	109	0,541284404
[illegible]	[illegible]	110	[illegible]

- Έχουμε πάντα το ίδιο αποτέλεσμα, όταν προσθέτουμε 1 στον αριθμητή και στον παρονομαστή ενός οποιουδήποτε κλάσματος;
  Δοκίμασε, αρχίζοντας από τα παρακάτω κλάσματα.

$\frac{5}{6} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{7}{300} \quad \frac{10}{3}$

- Πότε γίνεται το κλάσμα …μεγαλύτερο;
  ...μικρότερο;

- Τι συμβαίνει:

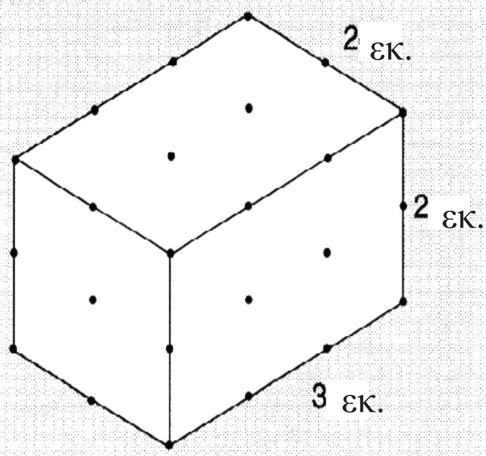
όταν **αφαιρέσεις 1** από τον αριθμητή και τον παρονομαστή;

όταν **προσθέσεις ή αφαιρέσεις** έναν αριθμό **μεγαλύτερο από το 1**;

όταν **προσθέσεις 1** στον αριθμητή και **αφαιρέσεις 1** από τον παρονομαστή;

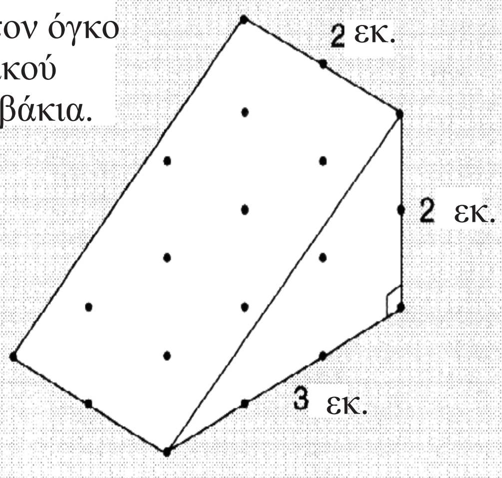
Ορθογώνια τριγωνικά πρίσματα

Είναι δυνατό να βρεις τον όγκο των ορθογωνίων παραλληλεπιπέδων μετρώντας κυβάκια.



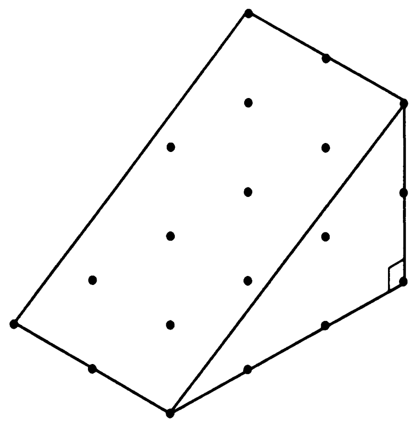
Ο όγκος αυτού του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 12 εκ.

Είναι δύσκολο να βρεις τον όγκο ενός ορθογωνίου τριγωνικού πρίσματος μετρώντας κυβάκια.

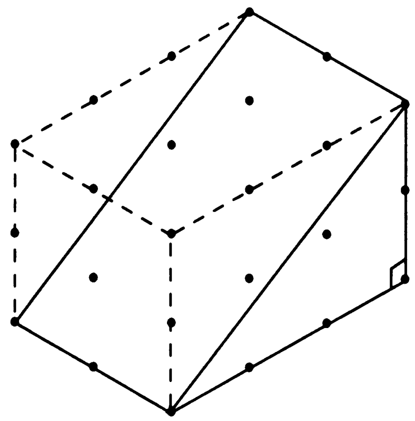


Smile **2257**

1. Για να βρεις τον όγκο αυτού του πρίσματος. . .



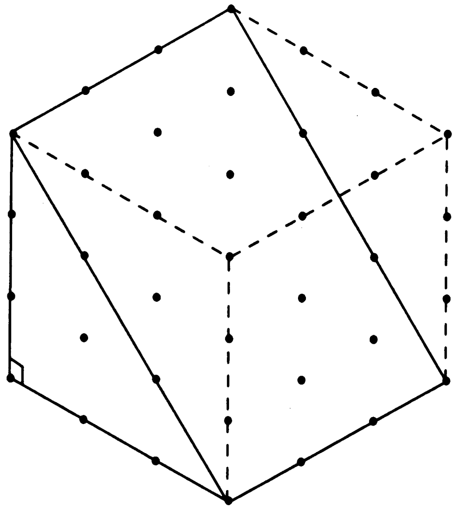
. . .πρόσθεσε ένα πανομοιότυπο τριγωνικό πρίσμα, για να φτιάξεις ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.



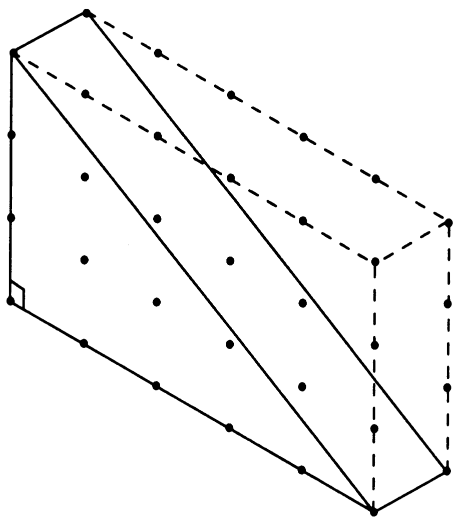
(α) Ποιος είναι ο όγκος αυτού του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου;

(β) Ποιος είναι ο όγκος ενός από τα τριγωνικά πρίσματα;

2. Να βρεις τον όγκο αυτού του τριγωνικού πρίσματος.

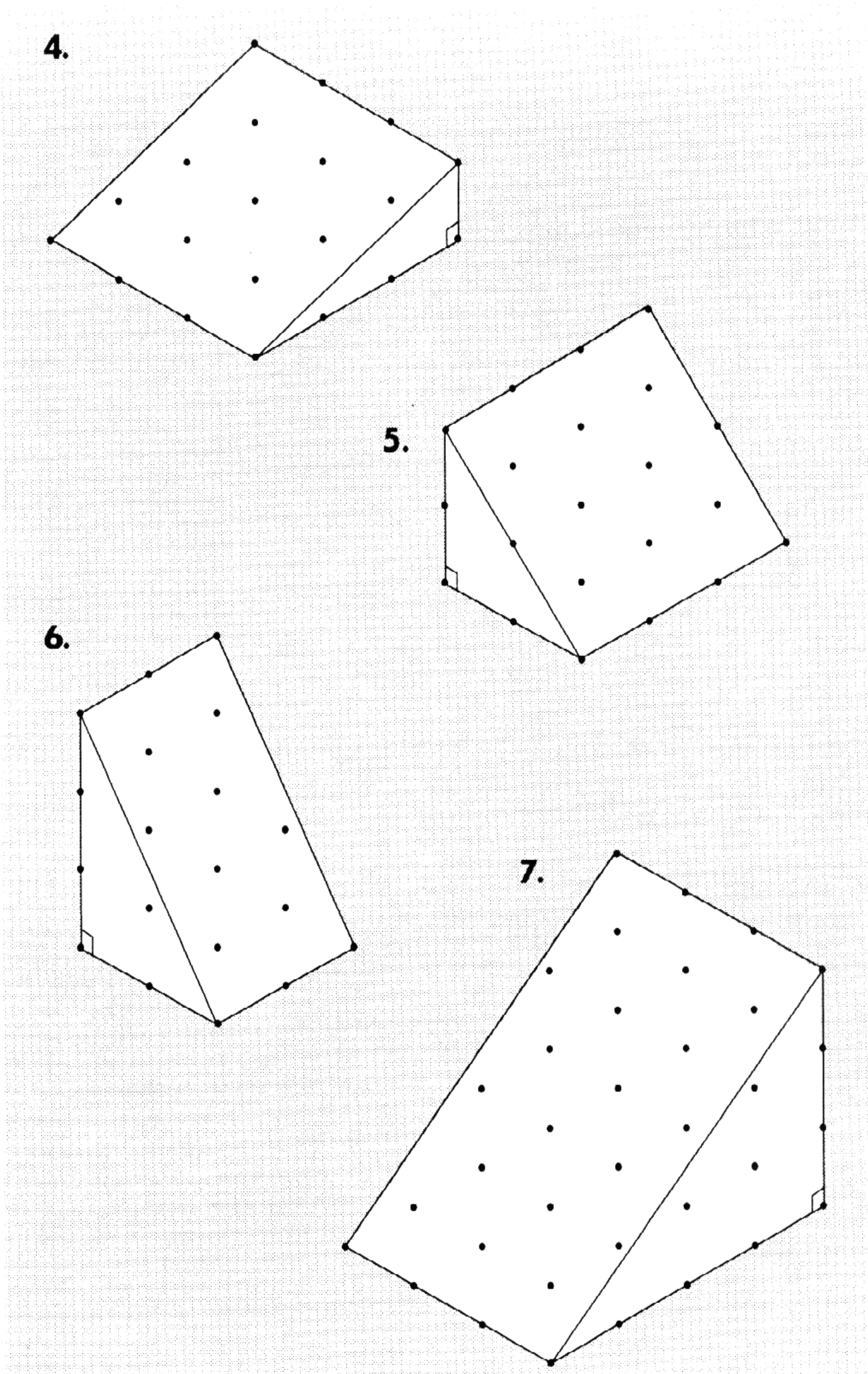


3. Να βρεις τον όγκο αυτού του τριγωνικού πρίσματος.



Smile **2257**

Να βρεις τον όγκο αυτών των τριγωνικών πρισμάτων:



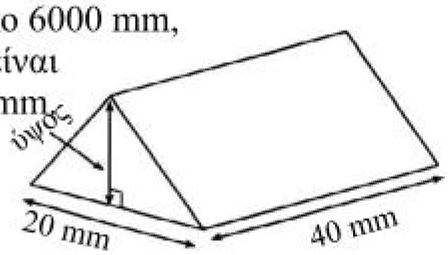
Smile **2258**

Αντικαθιστώντας με τύπους

Θα χρειαστείς αντίγραφο του φύλλου εργασίας **2258α**.
Να χρησιμοποιήσεις τους κατάλληλους τύπους, για να επιλύσεις τα παρακάτω προβλήματα.
Να χρησιμοποιήσεις ως π το 3,14 ή το κουμπί π στο κομπιουτεράκι σου.
Τα σχήματα δεν έγιναν σε κλίμακα.

Παράδειγμα:

Το τριγωνικό πρίσμα έχει όγκο 6000 mm, ενώ το μήκος της βάσης του είναι 40 mm και το πλάτος του 20 mm.



Ποιο είναι το ύψος της τριγωνικής κάθετης τομής;

Χρησιμοποιώντας τον τύπο: Όγκος ενός πρίσματος = εμβαδόν διατομής x μήκος

6000 = εμβαδόν τριγώνου x 40

εμβαδόν τριγώνου $= \dfrac{6000}{40}$

$= 150$ mm²

Χρησιμοποιώντας τον τύπο:

Εμβαδόν τριγώνου $= \dfrac{\text{βάση x ύψος}}{2}$

$150 = \dfrac{20 \text{ x ύψος}}{2}$

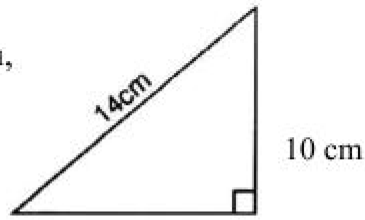
ύψος $= \dfrac{150 \text{ x } 2}{20}$

$= 15$ mm

Το ύψος της τριγωνικής διατομής του πρίσματος είναι **15 mm.**

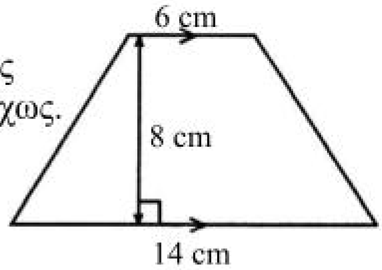
Smile **2258**

1. Η υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι 14 cm, η μία από τις άλλες πλευρές είναι 10 cm.



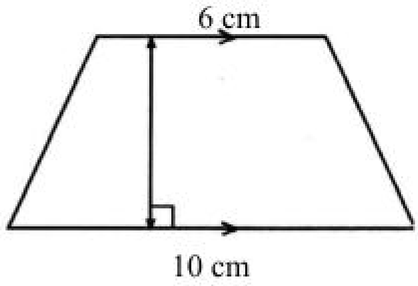
Ποιο είναι το μήκος της άλλης πλευράς;

2. α) Ένα τραπέζιο έχει μήκος 8 cm, οι παράλληλες πλευρές του έχουν μήκος 6 cm και 14 cm αντιστοίχως.



Ποιο είναι το εμβαδόν του τραπεζίου;

β) Το εμβαδόν ενός άλλου τραπεζίου είναι 40 cm^2, οι παράλληλες πλευρές του έχουν 6 cm και 10 cm αντιστοίχως.

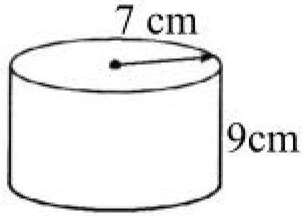


Πόσο είναι το ύψος του;

Smile **2258**

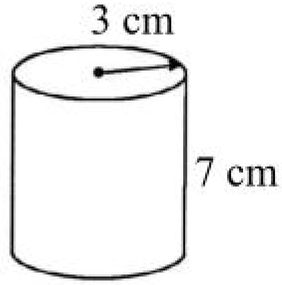
3. α) Ένας κύλινδρος έχει ακτίνα μήκους 7 cm και ύψος 9 cm.

Πόσος είναι ο όγκος του κυλίνδρου;



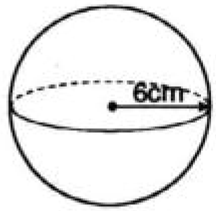
β) Ένας άλλος κύλινδρος έχει ακτίνα 3 cm και ύψος 7 cm.

Ποιο είναι το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας του κυλίνδρου;



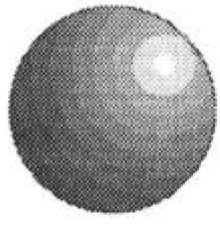
4. α) Μια σφαίρα έχει ακτίνα 6 cm.

Ποιος είναι ο όγκος της σφαίρας;



β) Μια σφαίρα έχει εμβαδόν επιφάνειας 605 cm^2.

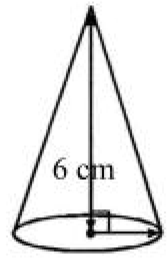
Πόσο είναι το μήκος της ακτίνας της;



Smile **2258**

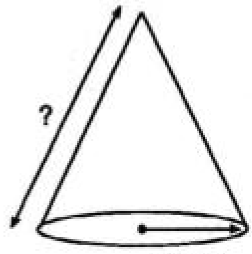
5. α) Ο όγκος ενός κώνου είναι 120 cm^3,
το ύψος του είναι 6 cm.

Πόσο είναι το μήκος της ακτίνας της βάσης του;



β) Το εμβαδόν της καμπύλης επιφάνειας
ενός κώνου είναι 600 cm^2, η ακτίνα του είναι 5 cm.

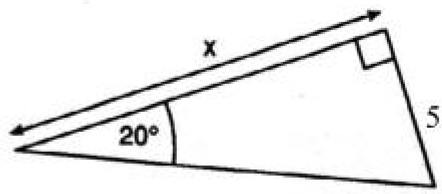
Ποιο είναι το μήκος της γενέτειράς του;



6. Το εμβαδόν της κάθετης διατομής ενός πρίσματος
είναι 15 cm^2, ο όγκος του είναι 105 cm^3.

Ποιο είναι το μήκος της διατομής;

7. Στο ορθογώνιο τρίγωνο που δίνεται:



α) Ποιο είναι το μήκος x;
β) Ποιο είναι το εμβαδόν του τριγώνου;

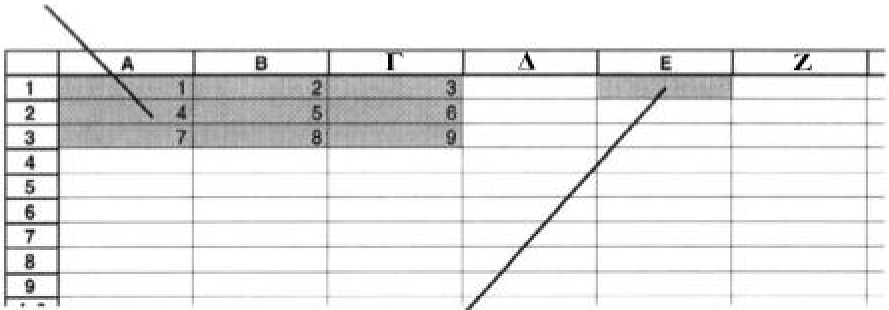
8. Να βρεις τις τιμές του x, οι οποίες επαληθεύουν τις παρακάτω δευτεροβάθμιες εξισώσεις:

α) $x^2 + 3x + 1 = 0$ β) $2x^2 + 5x - 10 = 0$

Τα τετράγωνα του λογιστικού φύλλου

Smile **2263**

Να εισάγεις τους αριθμούς από το **1** έως το **9** σε ένα λογιστικό φύλλο 3 x 3.



Μετά, να εισάγεις τον τύπο =A1*B1*Γ1 στο κελί E1

Με τον τύπο αυτόν πολλαπλασιάζονται οι αριθμοί στα κελιά A1, B1 και Γ1.

Να εισάγεις έναν τύπο στο κελί **E3,** για να πολλαπλασιάσεις τους αριθμούς στα κελιά **A3, B3** και **Γ3**.
Να εισάγεις έναν τύπο στο κελί **A5,** για να πολλαπλασιάσεις τους αριθμούς στα κελιά **A1, A2** και **A3**.
Να εισάγεις έναν τύπο στο κελί **Γ5,** για να πολλαπλασιάσεις τους αριθμούς στα κελιά **Γ1, Γ2** και **Γ3**.

Να εισάγεις έναν τύπο στο κελί E5, για να **προσθέσεις** τα τέσσερα γινόμενα.

Να αλλάξεις τη σειρά των αριθμών από το **1** έως το **9,** για να έχεις το άθροισμα στο κελί **E5**…
…όσο γίνεται πιο **μικρό**,
…όσο γίνεται πιο **μεγάλο**.

Να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου. Τι παρατηρείς;

Δοκίμασε να εργαστείς με τον ίδιο τρόπο, εισάγοντας τους αριθμούς 1 ως 16 σε ένα λογιστικό φύλλο 4X4.

Οι αριθμοί **1, 2, 3, 4, 5,…..** ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**.

Είναι, επίσης, γνωστοί ως θετικοί ακέραιοι αριθμοί.

Οι **φυσικοί αριθμοί** μαζί με το **0** και τους **-1, -2, -3, -4,…..** ονομάζονται ακέραιοι αριθμοί.

Ρητοί αριθμοί

Ρητοί αριθμοί είναι οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν με τη μορφή $\frac{p}{q}$, όπου **p** και **q** είναι ακέραιοι χωρίς κοινούς παράγοντες.

- Όλοι οι ακέραιοι είναι ρητοί αριθμοί γιατί μπορούν να γραφούν με τη μορφή $\frac{p}{q}$

Παράδειγμα:

$5 = \frac{5}{1}$ $-4 = \frac{-4}{1}$ $272 = \frac{272}{1}$

- Όλοι οι μη περιοδικοί δεκαδικοί είναι ρητοί αριθμοί γιατί μπορούν να δοθούν με τη μορφή $\frac{p}{q}$

Παράδειγμα:

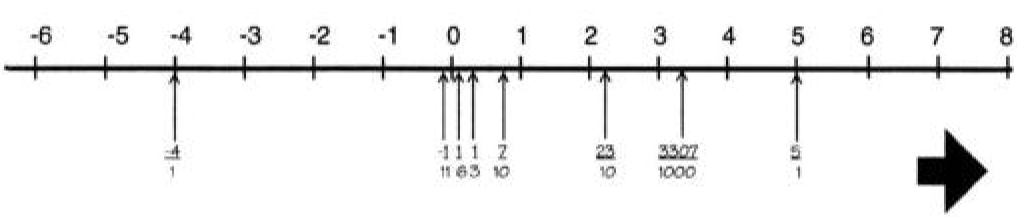
$0{,}7 = \frac{7}{10}$ $2{,}3 = \frac{23}{10}$ $3{,}307 = \frac{3307}{1000}$

- Όλοι οι περιοδικοί δεκαδικοί είναι ρητοί αριθμοί γιατί μπορούν να δοθούν με τη μορφή $\frac{p}{q}$

Παράδειγμα:

$0{,}\dot{3} = \frac{1}{3}$ $-0{,}\dot{0}\dot{9} = \frac{-1}{11}$ $0{,}1\dot{6} = \frac{1}{6}$

Επειδή οι **ρητοί αριθμοί** μπορούν να εκφραστούν με τη μορφή $\frac{p}{q}$ μπορούμε να τους τοποθετήσουμε σε **αριθμογραμμή.**



Smile **2265**

1. α) Πόσοι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν;
   β) Πόσοι ακέραιοι;
   γ) Πόσοι ρητοί;

2. Να βρεις ένα ρητό αριθμό ανάμεσα στους:

   α) 2,51   2,52   β) $\frac{1}{4}$ και $\frac{1}{2}$ γ) $\frac{4}{16}$ $\frac{4}{15}$

3. Είναι πάντοτε δυνατό να βρίσκουμε ένα ρητό αριθμό ανάμεσα σε δύο άλλους ρητούς αριθμούς; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

Το παρακάτω παράδειγμα δείχνει με ποιο τρόπο μπορούμε να μετατρέψουμε έναν περιοδικό δεκαδικό στη μορφή $\frac{p}{q}$

Παράδειγμα

Για να γράψουμε τον αριθμό $3,\dot{1}$ με μορφή $\frac{p}{q}$

$3,\dot{1} = 3,111111...$ Επομένως, $10 \times 3,\dot{1} = 31,111111111...$

και $1 \times 3,\dot{1} = 3,111111111...$

αφαιρώντας $9 \times 3,\dot{1} = 28$

Τέλος, $3,\dot{1} = \frac{28}{9}$

4. Να γράψεις τους παρακάτω περιοδικούς δεκαδικούς με τη μορφή: $\frac{p}{q}$

   α) $0,\dot{7}$ β)) $1,\dot{3}\dot{4}$ (Υπόδειξη: να πολλαπλασιάσεις με το 100.)

   γ) $0,2\dot{6}$ δ) $0,\dot{1}4285\dot{7}$ ε) $0,0\dot{3}\dot{1}$

Smile **2271**

Έχω τη δύναμη

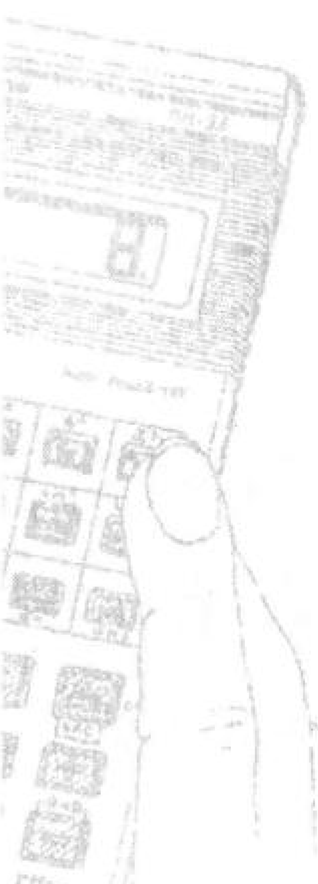
Θα χρειαστείς ένα επιστημονικό κομπιουτεράκι.

Δυνάμεις με εκθέτη θετικό ακέραιο αριθμό

1. Να πιέσεις τα συγκεκριμένα πλήκτρα, για να υπολογίσεις το καθένα από τα παρακάτω.

Ο υπολογιστής σου μπορεί να έχει y^x a^b ή ^ στη θέση του x^y.

Για να βεβαιωθείς ότι χρησιμοποιείς το σωστό πλήκτρο, να ελέγξεις αν συμφωνείς με τις απαντήσεις στα α) και β).



α) 2 x^y 2 = 4

β) 2 x^y 3 = 8

γ) 2 x^y 4 =

δ) 3 x^y 2 =

ε) 3 x^y 3 =

ζ) 3 x^y 4 =

η) 1 0 x^y 2 =

θ 1 0 x^y 3 =

ι) 1 0 x^y 4 =

Να εξηγήσεις τι κάνει το πλήκτρο x^y

Αν δεν είσαι σίγουρος-η, να δοκιμάσεις μερικά ακόμη δικά σου παραδείγματα.

2. Να υπολογίσεις τα παρακάτω:

α) 7^3	β) 4^5	γ) 6^3
δ) 10^7	ε) 3^3	ζ) 12^4
η) 2^{15}	θ) 5^4	ι) 8^5

Δυνάμεις με εκθέτη αρνητικό ακέραιο αριθμό

Για να υπολογίσεις δυνάμεις με εκθέτη αρνητικό ακέραιο θα πρέπει να χρησιμοποιήσεις παράλληλα με το πλήκτρο x^y είτε το πλήκτρο (–) είτε το πλήκτρο +/–

Για να βεβαιωθείς ότι χρησιμοποιείς τα σωστά πλήκτρα, να ελέγξεις αν συμφωνείς με την απάντηση στο α).

3. Να υπολογίσεις τα παρακάτω:

α) 2^{-1} = **0·5**	ε) 3^{-1}	ι) 10^{-1}
β) 2^{-2}	ζ) 3^{-2}	κ) 10^{-2}
γ) 2^{-3}	η) 3^{-3}	λ) 10^{-3}
δ) 2^{-4}	θ) 3^{-4}	μ) 10^{-4}

Τι σημαίνει x^{-n};

Smile **2271**

Δυνάμεις με εκθέτη κλάσμα

Για να υπολογίσεις δυνάμεις με εκθέτη κλάσμα, θα χρειαστείς το πλήκτρο x^y και τα πλήκτρα ( ) .

Για να βεβαιωθείς ότι χρησιμοποιείς τα πλήκτρα στη σωστή σειρά, να ελέγξεις αν συμφωνείς με την απάντηση στο α).

4. Να υπολογίσεις τα παρακάτω:

α) $10^{1/2}$ = **3,162**	ε) $36^{1/2}$	ι) $300^{1/2}$
β) $9^{1/2}$	ζ) $75^{1/2}$	κ) $5^{1/2}$
γ) $16^{1/2}$	η) $400^{1/2}$	λ) $196^{1/2}$
δ) $20^{1/2}$	θ) $225^{1/2}$	μ) $1000^{1/2}$

Τι σημαίνει $x^{1/2}$;

5. Να υπολογίσεις τα παρακάτω:

α) $8^{1/3}$ = **2**	ε) $343^{1/3}$	ι) $400^{1/3}$
β) $27^{1/3}$	ζ) $500^{1/3}$	κ) $5^{1/3}$
γ) $64^{1/3}$	η) $1000^{1/3}$	λ) $196^{1/3}$
δ) $125^{1/3}$	θ) $216^{1/3}$	μ) $729^{1/3}$

Τι σημαίνει $x^{1/3}$;

6. Να υπολογίσεις τα παρακάτω:

α) $16^{1/2}$	ε) $256^{1/2}$	ι) $6{,}5536^{1/4}$
β) $64^{1/6}$	ζ) $729^{1/6}$	κ) $12{,}25^{1/2}$
γ) $100000^{1/5}$	η) $91{,}125^{1/3}$	λ) $500^{1/4}$
δ) $1024^{1/5}$	θ) $12{,}96^{1/2}$	μ) $10000^{1/4}$

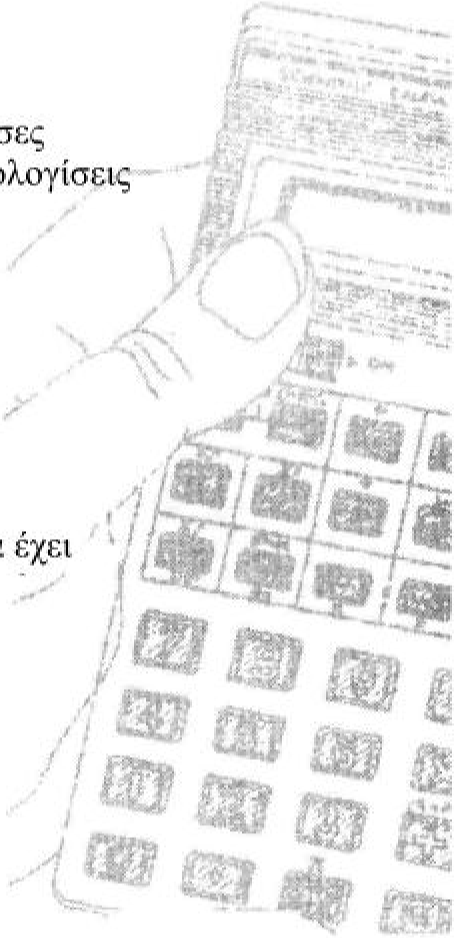
Τι σημαίνει $x^{1/n}$;

7. Να καταγράψεις ποια πλήκτρα και πόσες φορές θα τα χρησιμοποιήσεις, για να υπολογίσεις τα παρακάτω:

α) 7^9

β) 7^{-9}

γ) $7^{1/9}$



8. Το κομπιουτεράκι σου είναι πιθανό να έχει άλλα πλήκτρα, τα οποία υπολογίζουν

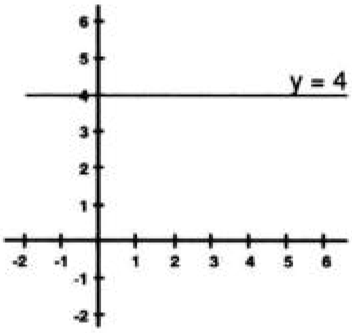
- αριθμούς με εκθέτη το **½**
- αριθμούς με εκθέτη το **-1**

Να προσπαθήσεις να βρεις αυτά τα πλήκτρα.

Ευθείες, περιοχές και ανισότητες

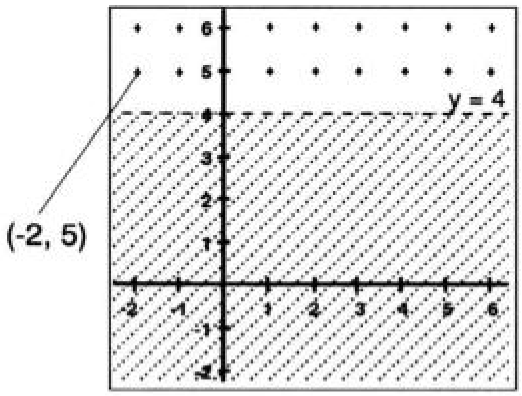
Smile **2272**

Αυτή είναι η ευθεία **y= 4**.
Διαιρεί το επίπεδο σε 2 περιοχές.



1.

Η περιοχή **πάνω** από την ευθεία y= 4 ορίζεται από την ανισότητα y> 4. Οποιοδήποτε σημείο σε αυτήν την περιοχή έχει τη συντεταγμένη **y μεγαλύτερη από** 4.

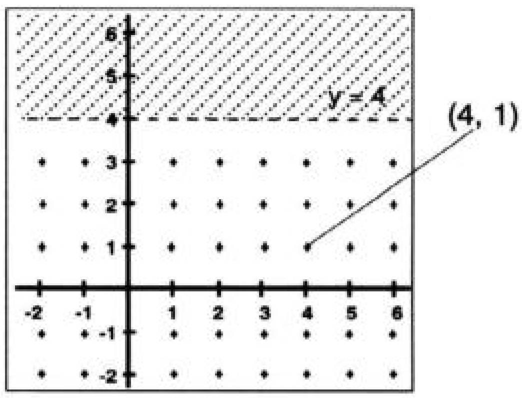


Παράδειγμα (-2, 5) $\quad y > 4$
$5 > 4$

Η ευθεία y = 4 δεν συμπεριλαμβάνεται σε αυτήν την περιοχή, έτσι εμφανίζεται με μια διακεκομμένη γραμμή.

(α) Να επιλέξεις δύο σημεία στην περιοχή που ορίζεται από την ανισότητα **y> 4** και να ελέγξεις αν οι συντεταγμένες ικανοποιούν την ανισότητα.

Η περιοχή κάτω από την ευθεία y= 4 ορίζεται από την ανισότητα y< 4. Οποιοδήποτε σημείο σε αυτήν την περιοχή έχει τη συντεταγμένη y **μικρότερη από** 4.



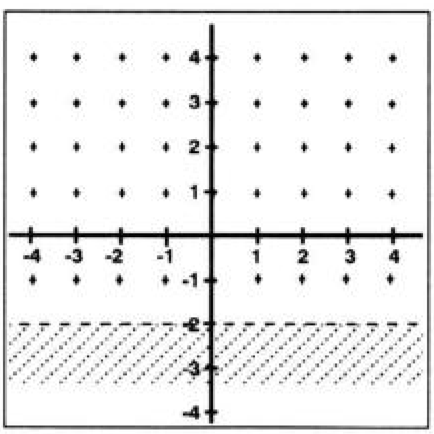
Παράδειγμα (4, 1) $\quad y < 4$
$1 < 4$

Η ευθεία y = 4 δεν συμπεριλαμβάνεται σε αυτήν την περιοχή, έτσι εμφανίζεται με μια διακεκομμένη γραμμή.

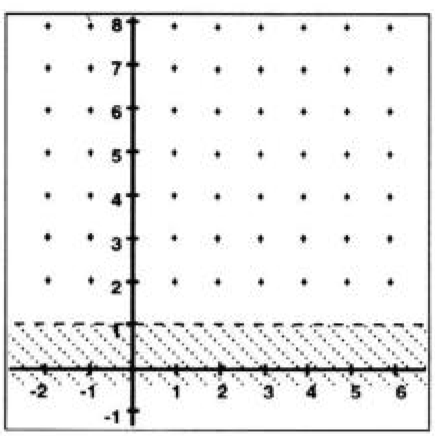
(β) Να επιλέξεις δύο σημεία στην περιοχή που ορίζεται από την ανισότητα **y< 4** και να ελέγξεις αν οι συντεταγμένες της ικανοποιούν την ανισότητα.

2. Ποιες ανισότητες ορίζουν τις περιοχές που φαίνονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις;

α)

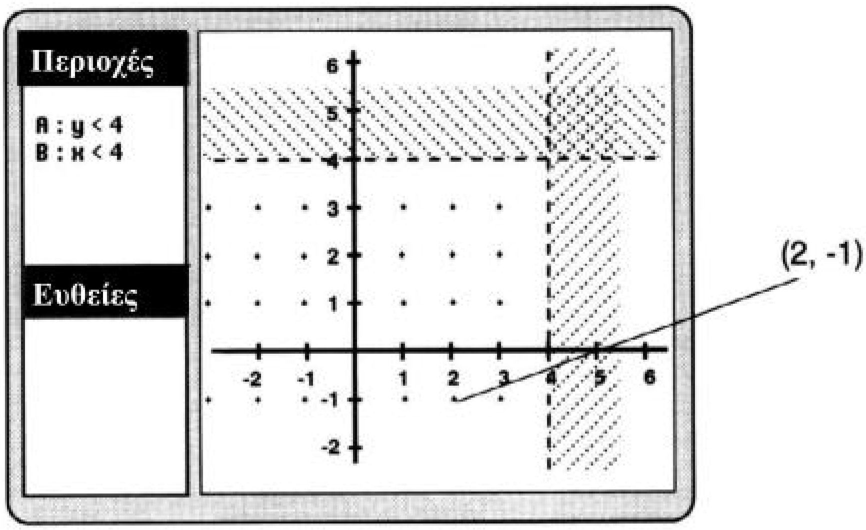


β)



Smile **2272**

3. Η ανισότητα **y< 4** παρουσιάζεται παρακάτω.
Προστέθηκε μια δεύτερη ανισότητα **x< 4**.



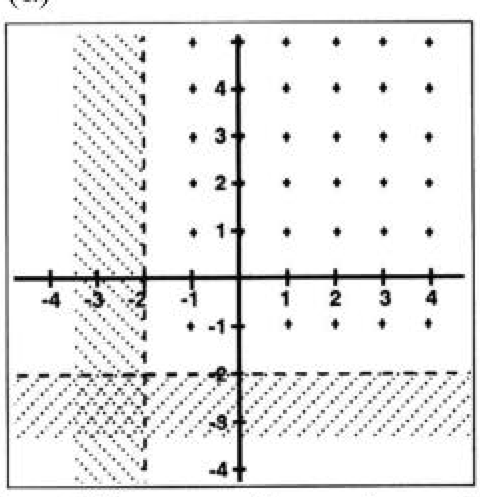
Οποιοδήποτε σημείο σε αυτήν την περιοχή ικανοποιεί τις δύο ανισότητες **y< 4** και **x< 4**.

Παράδειγμα:	(2, -1)	y < 4	x < 4
		-1 < 4	**2** < 4

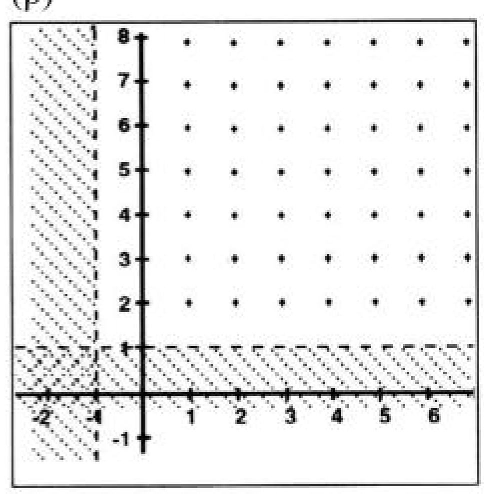
- Να επιλέξεις δύο σημεία και να ελέγξεις αν οι συντεταγμένες τους ικανοποιούν τις ανισότητες.

4. Ποιες ανισότητες ορίζουν τις περιοχές που φαίνονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις;

(α)

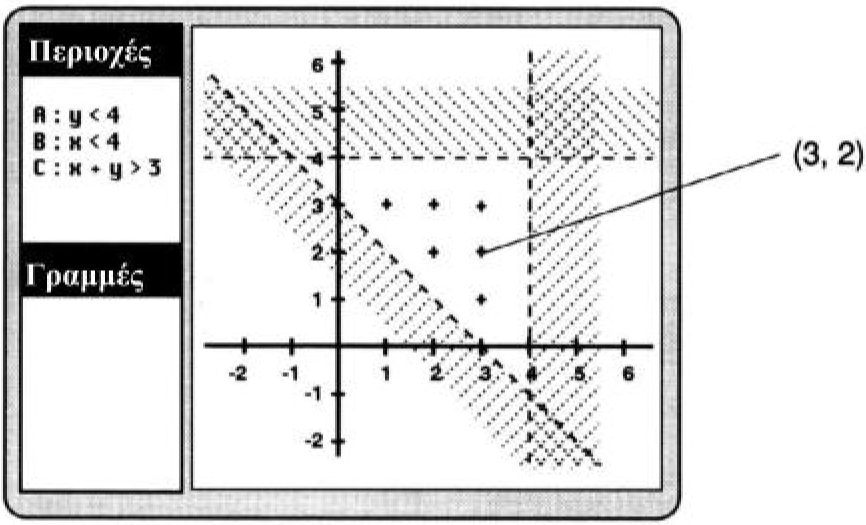


(β)



- Να επιλέξεις μερικά σημεία σε κάθε περιοχή και να ελέγξεις αν οι συντεταγμένες τους ικανοποιούν τις ανισότητες.

5. Παρακάτω, φαίνεται η περιοχή που ορίζεται από τις τρεις ανισότητες **y<4, x< 4** και **x+y> 3**. Πρόκειται για μια κλειστή περιοχή.



Οποιοδήποτε σημείο σε αυτήν την κλειστή περιοχή ικανοποιεί τις τρεις ανισότητες **y< 4, x< 4 και x+y> 3.**

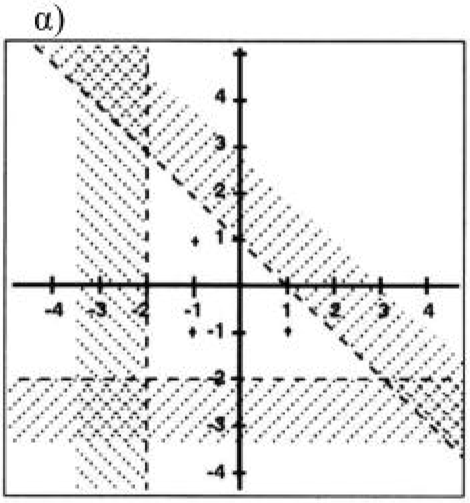
Παράδειγμα: (3, 2)

$y < 4$	$x < 4$	$x + y > 3$
$2 < 4$	$3 < 4$	$3 + 2 > 3$

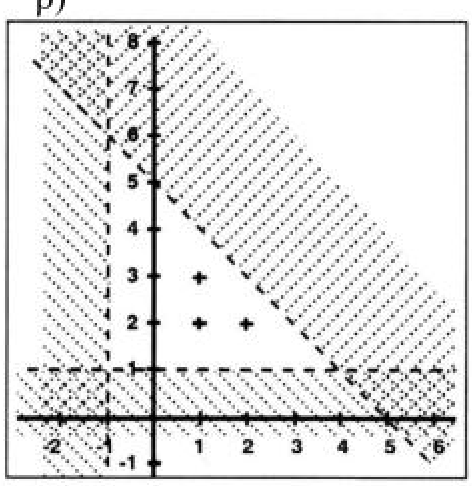
- Να επιλέξεις ένα άλλο σημείο και να ελέγξεις αν οι συντεταγμένες του ικανοποιούν τις ανισότητες.

6. Ποιες ανισότητες ορίζουν τις κλειστές περιοχές που φαίνονται στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις;

α)

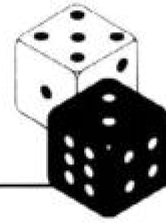


β)



- Να επιλέξεις μερικά σημεία σε κάθε περιοχή και να ελέγξεις αν οι συντεταγμένες τους ικανοποιούν τις ανισότητες.

7. Σε ένα παιχνίδι χρησιμοποιούνται δύο ζάρια, ένα μαύρο και ένα άσπρο.



Για να κερδίσεις πρέπει να ικανοποιούνται οι παρακάτω προϋποθέσεις.

Το σκορ στο μαύρο ζάρι πρέπει να είναι μικρότερο από 4.

Το σκορ στο άσπρο ζάρι πρέπει να είναι μεγαλύτερο από 2.

Το συνολικό σκορ πρέπει να είναι μικρότερο από 8.

Έστω x ο αριθμός στο **μαύρο** ζάρι.
Έστω y ο αριθμός στο **άσπρο** ζάρι.

(α) Να γράψεις τις τρεις ανισότητες που θα πρέπει να ικανοποιούνται.

(β) Να σχεδιάσεις μια γραφική παράσταση στην οποία να φαίνεται η περιοχή που ορίζεται από τις τρεις ανισότητες.

(γ) Να συμπληρώσεις τον κατάλογο με τους συνδυασμούς που κερδίζουν (1,3), (1,4), ..

(δ) Ποια άλλη ανισότητα μπορεί να προστεθεί στη γραφική παράσταση, για να ορίσει μια κλειστή περιοχή συνδυασμών που κερδίζουν;

Smile **2273**

Αλυσίδες με θηλιές

- Να επιλέξεις έναν αριθμό: Αυτός είναι ο αριθμός εκκίνησής σου.
- Να επιλέξεις ακόμη έναν αριθμό. Αυτός είναι ο **«αριθμός που προστίθεται».**
- Ακολουθώντας τους παρακάτω κανόνες, να δημιουργήσεις μια αλυσίδα, χρησιμοποιώντας τον αριθμό εκκίνησης.

Κανόνες

Αν ο αριθμός εκκίνησης είναι πολλαπλάσιο του 3, να διαιρέσεις με το 3.
Αν ο αριθμός εκκίνησης δεν είναι πολλαπλάσιο του 3, να προσθέσεις τον «αριθμό που προστίθεται»

Παράδειγμα Με αριθμό εκκίνησης το 5 και «αριθμό που προστίθεται» το 8.

Αριθμός εκκίνησης

Το 5 δεν είναι πολλαπλάσιο του 3, προσθέτεις 8

5 + 8 = 13 $\quad 5 \longrightarrow \mathbf{13}$

Το 13 δεν είναι πολλαπλάσιο του 3, προσθέτεις 8

13 + 8 = 21 $\quad 5 \longrightarrow 13 \longrightarrow \mathbf{21}$

Το 21 είναι πολλαπλάσιο του 3, διαιρείς με το 3

21 : 3 = 7 $\quad 5 \longrightarrow 13 \longrightarrow 21 \longrightarrow \mathbf{7}$

Το 7 δεν είναι πολλαπλάσιο του 3, προσθέτεις 8

7 + 8 = 15 $\quad 5 \longrightarrow 13 \longrightarrow 21 \longrightarrow 7 \longrightarrow \mathbf{15}$

Το 15 είναι πολλαπλάσιο του 3, διαιρείς με το 3

15 : 3 = 5 $\quad \mathbf{5} \longrightarrow 13 \longrightarrow 21 \longrightarrow 7 \longrightarrow \mathbf{15}$

Η αλυσίδα σχηματίζει μια θηλιά, γιατί καταλήγει στον αριθμό εκκίνησης.

- Να επιλέξεις έναν άλλο αριθμό εκκίνησης. Να επαναλάβεις τη διαδικασία, για να δημιουργήσεις αλυσίδες. Όλες οι αλυσίδες σχηματίζουν θηλιές;
- Να επιλέξεις έναν άλλο «αριθμό που προστίθεται». Να επαναλάβεις τη διαδικασία για να δημιουργήσεις αλυσίδες. Όλες οι αλυσίδες σχηματίζουν θηλιές;

Όταν θεωρήσεις ότι έχεις διερευνήσει το πρόβλημα σε ικανοποιητικό βαθμό, να γυρίσεις σελίδα.

Smile **2273**

Παρακάτω, διατυπώνονται κάποιες προτάσεις για αλυσίδες αριθμών που σχηματίζονται σύμφωνα με τους κανόνες που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη σελίδα.

· Με βάση τα συμπεράσματα της διερεύνησής σου, να αποφασίσεις αν οι παρακάτω προτάσεις είναι:

Πάντα σωστές ή **μερικές φορές σωστές** ή **λανθασμένες**

Όταν ο αριθμός που προστίθεται είναι το 2, δεν χρειάζεται να τον προσθέσεις περισσότερες από 3 φορές πριν να μπορείς να διαιρέσεις.

Όταν ο αριθμός εκκίνησης είναι περιττός και ο προστιθέμενος αριθμός είναι περιττός, σχηματίζεται αλυσίδα με περιττούς αριθμούς.

Όταν ο προστιθέμενος αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 3, σχηματίζεται θηλιά στην αλυσίδα.

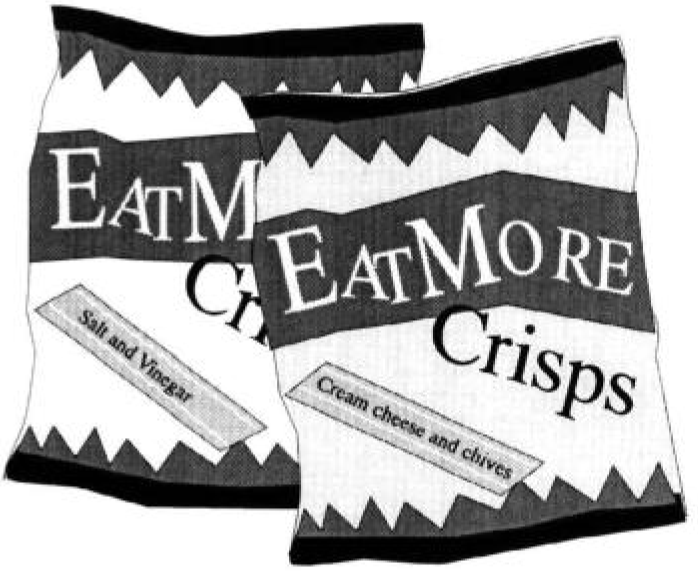
Με τον ίδιο «αριθμό που προστίθεται», οι περιττοί αριθμοί εκκίνησης σχηματίζουν μεγαλύτερες αλυσίδες από ότι οι άρτιοι αριθμοί εκκίνησης.

Όταν ο αριθμός εκκίνησης είναι άρτιος και ο προστιθέμενος αριθμός είναι περιττός, σχηματίζεται μια θηλιά στην αλυσίδα.

Όταν ο προστιθέμενος αριθμός είναι το 5 σχηματίζεται μια θηλιά στην αλυσίδα.

Smile **2275**

Προβλήματα άλγεβρας



Στην εταιρεία **EATMORE CRISPS** υπολόγισαν ότι αν βάλουν 20 γρ. λιγότερα πατατάκια σε κάθε πακέτο, μπορούν να παράγουν 15 πακέτα τη φορά αντί για 12 πακέτα που παράγουν τώρα.

- Πόσο θα ζυγίζουν τα νέα πακέτα;

Γύρισε σελίδα για να δεις έναν τρόπο υπολογισμού της απάντησης.

Για να βρεις το βάρος των νέων πακέτων με πατατάκια.

Δες τις παρακάτω πληροφορίες:

Η εταιρεία βρήκε ότι αν βάλει 20 γρ. λιγότερα πατατάκια σε κάθε πακέτο θα μπορεί να παράγει 15 πακέτα τη φορά αντί για 12 πακέτα που παράγει τώρα.

Ας χαρακτηρίσουμε **w** το βάρος σε γραμμάρια του νέου πακέτου.
Επομένως, το βάρος ενός αρχικού πακέτου είναι **w + 20.**

Η εξίσωση 15w = 12 (w + 20) παρουσιάζει τις παραπάνω πληροφορίες.

Να ελέγξεις αν έχεις κατανοήσει πώς σχηματίστηκε η εξίσωση.

Για να βρεις το βάρος του καινούργιου πακέτου, θα πρέπει να λύσεις την εξίσωση ως προς τον άγνωστο **w**.

Για να επιλύσεις την εξίσωση	15w=12(w+20),
πολλαπλασιάζεις για να απαλείψεις την παρένθεση	15w=12w+240
αφαιρείς το 12w και από τα δύο μέρη της εξίσωσης	15w-12w=12w-12w+240
απλοποιείς	3w=240
διαιρείς και τα δύο μέρη της εξίσωσης με το 3	3w/3=240/3

Να ελέγξεις αν η απάντηση w=80 ικανοποιεί την αρχική εξίσωση.

Το καινούργιο πακέτο πατατάκια ζυγίζει 80 γρ.
Το αρχικό πακέτο πατατάκια ζύγιζε 100 γρ.

Smile **2275**

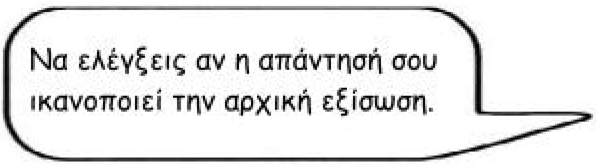
Σχολικά γεύματα

Στο σχολείο η αίθουσα αναψυχής (παιχνιδιών) χρησιμοποιείται ως τραπεζαρία.
Οι τραπεζοκόμοι πρέπει να αποφασίσουν με ποιο τρόπο θα τακτοποιήσουν τα τραπέζια και τις καρέκλες.

Γνωρίζουν ότι αν βάλουν **9** καρέκλες σε κάθε τραπέζι, θα υπάρχουν **13** άδειες θέσεις.
Αν ονομάσουμε **t=** αριθμός τραπεζιών,
τότε **ο αριθμός των ατόμων** θα είναι 9**t** - 13.

Αν βάλουν **6** καρέκλες σε κάθε τραπέζι, τότε **23** άτομα δε θα έχουν θέση για να καθίσουν.
Ο **αριθμός των ατόμων**, στην περίπτωση αυτή, είναι 6**t** + 23.

- *Να γράψεις την εξίσωση που προκύπτει και να τη λύσεις, για να βρεις τον αριθμό των τραπεζιών που θα χρησιμοποιηθούν.*



Σοκολάτες

Smile **2275**

Ένας ζαχαροπλάστης υπολόγισε ότι αν βάλει 5 σοκολατάκια λιγότερο σε κάθε κουτί, τότε θα έχει **10** κουτιά σοκολατάκια αντί για **8** κουτιά που είχε μέχρι τώρα από κάθε παρτίδα σοκολατάκια.

Ας ονομάσουμε **x = ο αριθμός από σοκολατάκια που περιείχε το αρχικό κουτί.**

- Να γράψεις την εξίσωση που παρουσιάζει τις παραπάνω πληροφορίες.
- Πόσα σοκολατάκια περιείχε το αρχικό κουτί;

Smile **2275**

Πόσων χρονών;

Σε **3** χρόνια η ηλικία του Γιάννη θα είναι **τετραπλάσια** της ηλικίας του γιου του.

Ας ονομάσουμε **x = η ηλικία του γιου του Γιάννη τώρα.**

- Να γράψεις μια παράσταση για την ηλικία του Γιάννη τώρα.

Πριν από **2** χρόνια, η ηλικία του Γιάννη ήταν 7 φορές μεγαλύτερη από την ηλικία του γιου του.

- Με βάση τις παραπάνω πληροφορίες, να γράψεις μια παράσταση για την ηλικία του Γιάννη τότε.
- Να γράψεις την αντίστοιχη εξίσωση και να τη λύσεις, για να βρεις τις ηλικίες που έχουν ο Γιάννης και ο γιος του τώρα.

27 χρονών;

9 χρονών;

2 χρονών;

45 χρονών;

31 χρονών;

11 χρονών;

Σωροί από πέτρες

Smile **2275**

Υπάρχουν **3** σωροί από πέτρες.

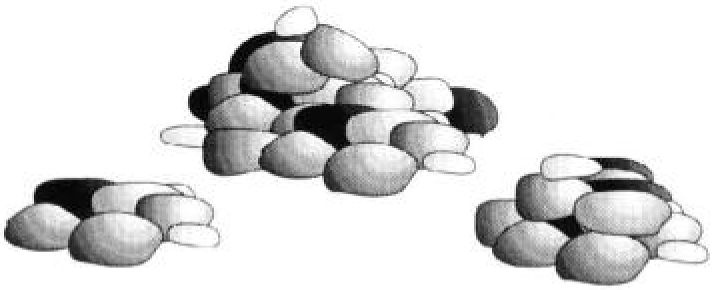
Η πρώτη σωρός έχει **7** φορές περισσότερες πέτρες από τη δεύτερη σωρό.

Η τρίτη σωρός έχει **18** πέτρες περισσότερες από τη δεύτερη σωρό.

Η τρίτη σωρός έχει **12** πέτρες λιγότερες από την πρώτη σωρό.

Ας ονομάσουμε **x = οι πέτρες της δεύτερης σωρού**.

- Να γράψεις και να επιλύσεις τις κατάλληλες εξισώσεις, για να βρεις πόσες πέτρες έχει η κάθε σωρός.



Πλακάκια με καμπύλες στη γλώσσα Logo

Smile **2276**

1. α) Να δώσεις στη χελώνα την παρακάτω εντολή.
arcr 20 120

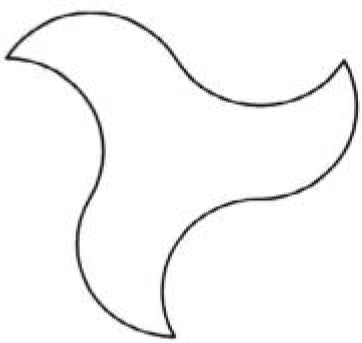
Να περιγράψεις τι βλέπεις.
Αν η χελώνα δεν καταλαβαίνει τις οδηγίες σου, κοίταξε στο τεύχος των απαντήσεων για βοήθεια.

β) Τι θα συμβεί, αν δώσεις στη χελώνα την παρακάτω εντολή;
arcl 20 120

2. Να διερευνήσεις τι θα συμβεί όταν αλλάξεις:
Α) τον πρώτο αριθμό (**20**)
Β) το δεύτερο αριθμό (**120**)

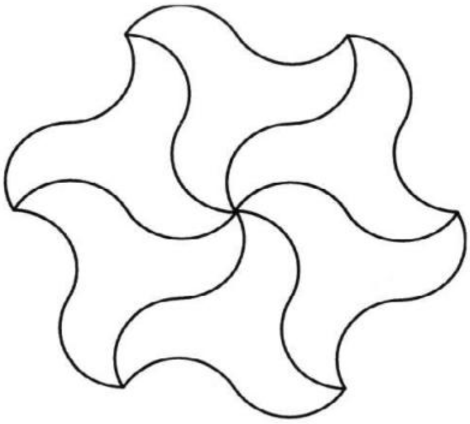
3. Να δημιουργήσεις έναν κύκλο με την εντολή **arcl**.

4. Αυτό το πλακάκι σχηματίζεται, αν χρησιμοποιήσουμε τις εντολές **arcr 20 120 και arcl 20 120**.



- Να περιγράψεις μια διαδικασία που θα ακολουθήσεις, για να το δημιουργήσεις.

5. Με βάση τη διαδικασία αυτή, να δημιουργήσεις το παρακάτω σχέδιο.

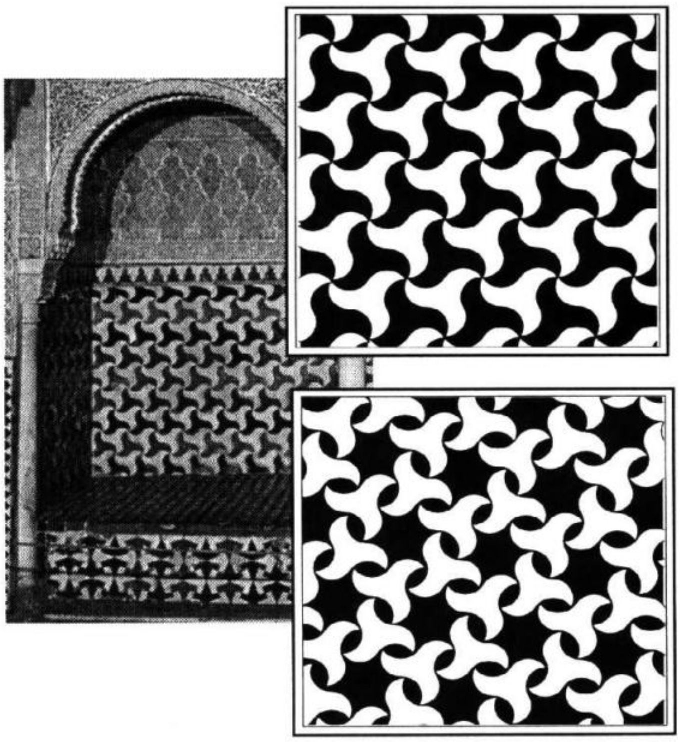


Πρόκληση

Στα ψηφιδωτά της ισλαμικής αρχιτεκτονικής χρησιμοποιούνται πλακάκια με σχήμα σαν αυτό που έχεις δημιουργήσει.

Παρακάτω, σου δίνονται παραδείγματα από την Αλάμπρα στη Γρανάδα της Ισπανίας.

- Να αναδημιουργήσεις ένα από αυτά στον υπολογιστή και να γράψεις τη διαδικασία που ακολούθησες.



6. Να παραγοντοποιήσεις αυτές τις παραστάσεις, για να βρεις ισοδύναμές τους.

α) 5p+5q+5r

β) 3m+3n-3p

γ) 4s-8

δ) 16t-12s

ε) 2p+3pq-pr

ζ) fg-3f+4f(..)

η) 4x+8xy+12x(..)

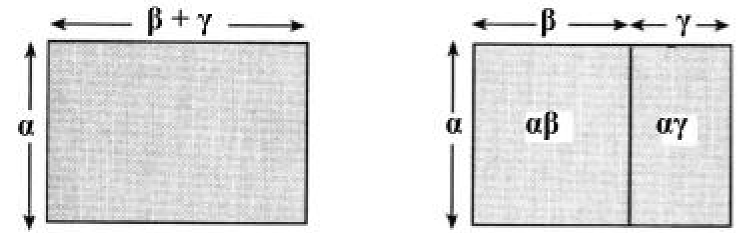
θ) f+ef+4f(..)

● Να αντικαταστήσεις τα γράμματα με διάφορες τιμές σε κάθε ζεύγος εκφράσεων, για να ελέγξεις αν οι δύο παραστάσεις είναι ισοδύναμες.

Παρενθέσεις

Απαλοιφή παρενθέσεων

Η παράσταση **α (β+γ)** σημαίνει πολλαπλασιασμό του **α** με το **(β+γ)**.
Από τα παρακάτω ορθογώνια παραλληλόγραμμα



φαίνεται ότι **α (β+γ)** = **αβ + αγ**
Και οι δύο πλευρές της ισότητας αναπαριστούν το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

Η απαλοιφή παρενθέσεων στην παράσταση **α (β+γ)** οδηγεί στην ισοδύναμη παράσταση **αβ + αγ**.

Να ελέγξεις αν οι παρακάτω παραστάσεις είναι ισοδύναμες, αντικαθιστώντας τα **α, β** και **γ** με διάφορες τιμές.
Για παράδειγμα, Αν **α=** -7, **β=** 1,2 **και γ=** 4

α (β+γ)	**αβ + αγ**
= -7 (1,2 +4)	= (-7x1,2) + (-7x4)
= -7 x 5,2	= -8,4 + -28
= **-36,4**	= **-36,4**

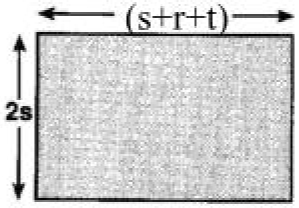
Και οι δύο παραστάσεις ισούνται με **-36,4**, έτσι η ισότητα **α(β + γ)= αβ + αγ** είναι αληθής για αυτές τις τιμές.

1. Να αντικαταστήσεις με άλλες τιμές τα **α, β** και **γ** στις **α (β+γ)** και **αβ + αγ,** για να ελέγξεις ότι **α(β+γ) = αβ + αγ**.

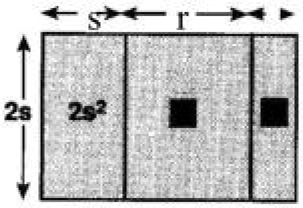
Να χρησιμοποιήσεις αρνητικές τιμές και δεκαδικούς, για να κάνεις τον έλεγχο.

2. Να απαλοίψεις τις παρενθέσεις, για να προκύψει μια ισοδύναμη παράσταση για την **2s (s+r+t)**.

Αυτά τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα μπορεί να βοηθήσουν.



2s (s+r+t)



$2s^2$ + ■ + ■

- Να ελέγξεις αν οι παραστάσεις 2s (s+r+t) και $2s^2$■ + ■ είναι ισοδύναμες, αντικαθιστώντας τα **s, r** και **t**.

Να συμπεριλάβεις αρνητικές τιμές και δεκαδικούς, για να κάνεις τον έλεγχο.

3. Να απαλείψεις τις παρενθέσεις σε αυτές τις παραστάσεις, για να βρεις ισοδύναμες παραστάσεις.

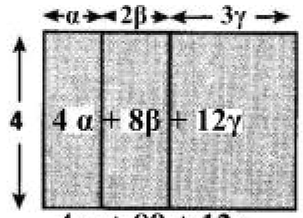
α) 3(p+q)
β) 5(a+b+c)
γ) x(x+y+z)
δ) 2j(k+m-n)
ε) s(1+2t)
ζ) d(d-1)
η) 2e(e+2)
θ) 2g(f-g)

- Για κάθε ζεύγος παραστάσεων, να αντικαταστήσεις τα γράμματα με διάφορες τιμές, για να ελέγξεις αν οι δύο παραστάσεις είναι ισοδύναμες.

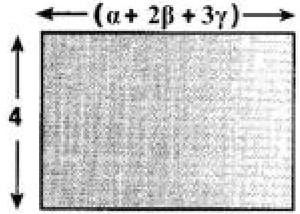
Παραγοντοποίηση

4. Η παράσταση **4α + 8β + 12γ** μπορεί να παραγοντοποιηθεί για να δώσει μια ισοδύναμη παράσταση.

Το **4** είναι ένας κοινός παράγοντας σε κάθε όρο της έκφρασης.



4 α + 8β + 12γ =



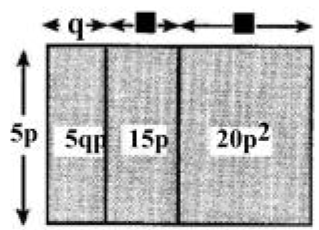
4 (α + 8β + 12γ)

Και τα δύο μέρη της ισότητας αναπαριστούν το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Παραγοντοποιώντας την παράσταση **4α + 8β + 12γ,** παίρνουμε την ισοδύναμη παράσταση **4(α+2β+3γ)**.

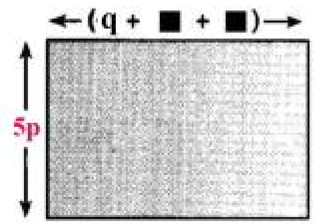
- Να ελέγξεις αν οι δύο παραστάσεις είναι ισοδύναμες, αντικαθιστώντας τα **α, β** και **γ** με διάφορες τιμές.

5. Να παραγοντοποιήσεις **5pq + 15p +20p²** για να βρεις μια ισοδύναμη παράσταση.

Αυτά τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα μπορεί να βοηθήσουν.



5qp 15p $20p^2$ =



5p(q + ■ + ■)

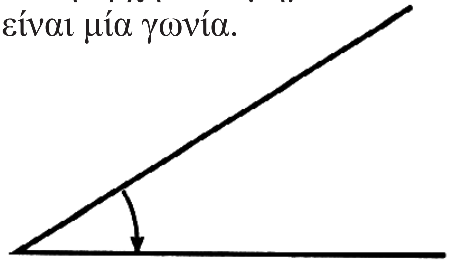
- Να ελέγξεις αν οι δύο παραστάσεις είναι ισοδύναμες, αντικαθιστώντας τα p και q με διάφορες τιμές.

Smile **2280**

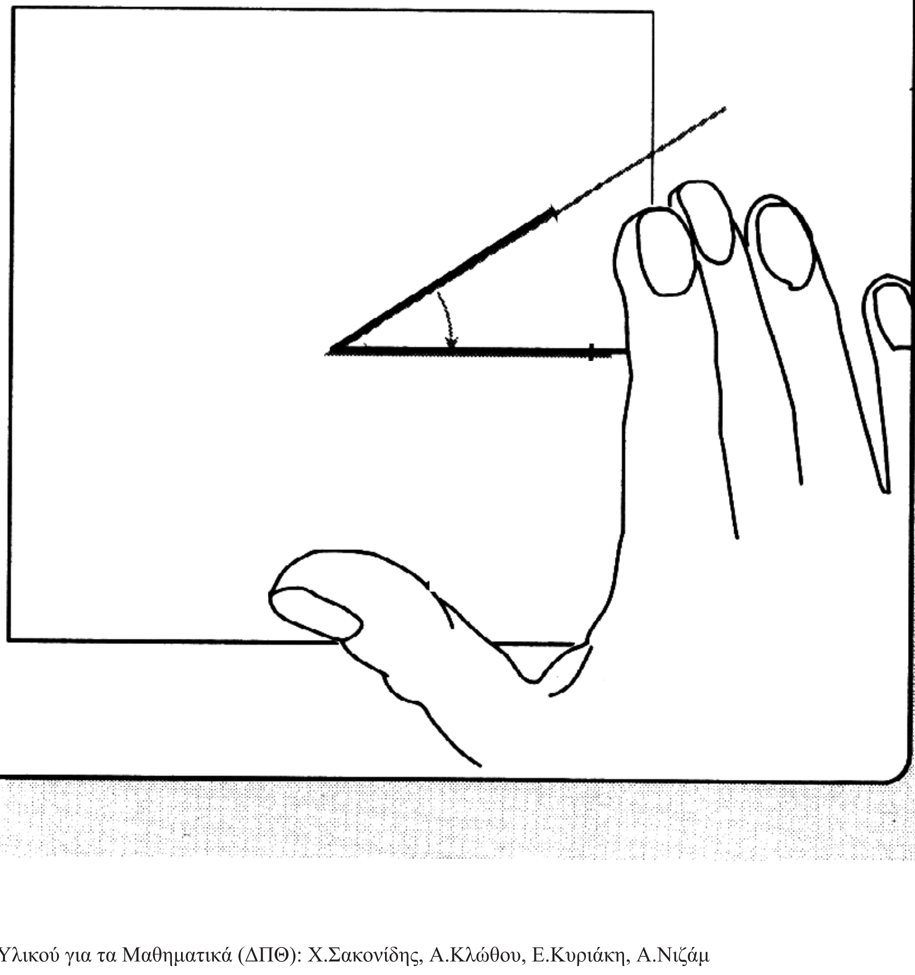
Ίσες γωνίες

Θα χρειαστείς διαφανές χαρτί.

Οι ημιευθείες παρακάτω έχουν κοινή αρχή. Το τμήμα του επιπέδου που ορίζεται από τις δύο ημιευθείες είναι μία γωνία.

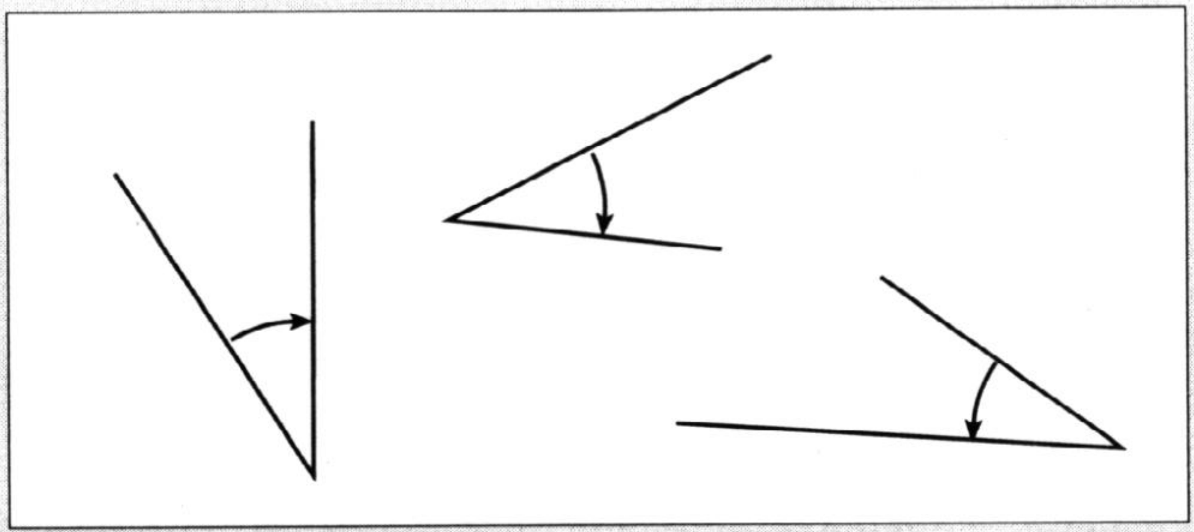


1. Να χαράξεις το αποτύπωμα της γωνίας.

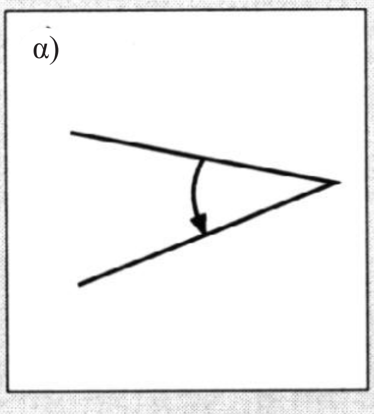


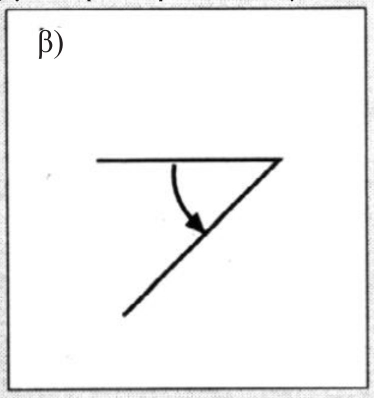
Smile **2280**

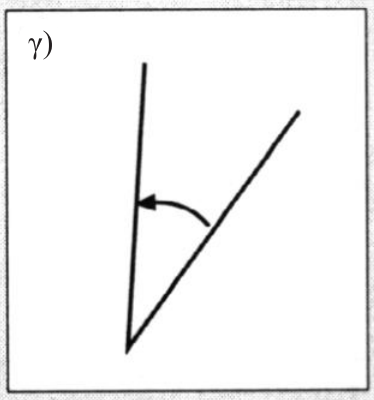
Αυτές οι **γωνίες** είναι **ίσες.** Τα τμήματα του επιπέδου που ορίζουν είναι ίσα.

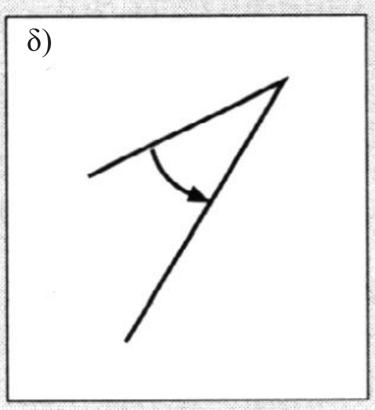


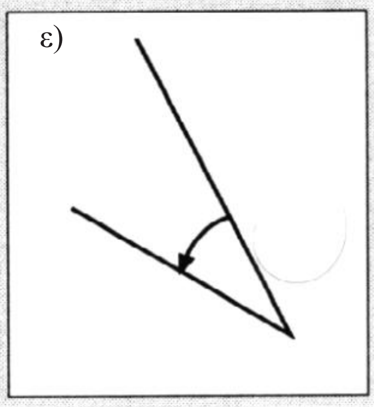
2. Να χρησιμοποιήσεις το διαφανές χαρτί, για να ελέγξεις αν οι γωνίες είναι ίσες.
3. Ποιες γωνίες είναι ίσες με την παραπάνω γωνία;

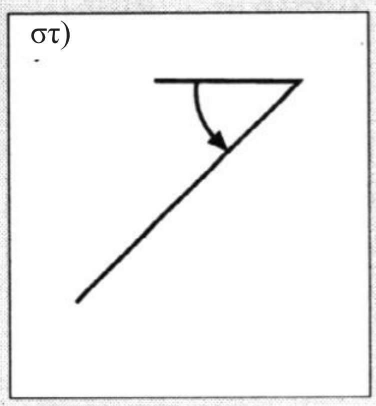










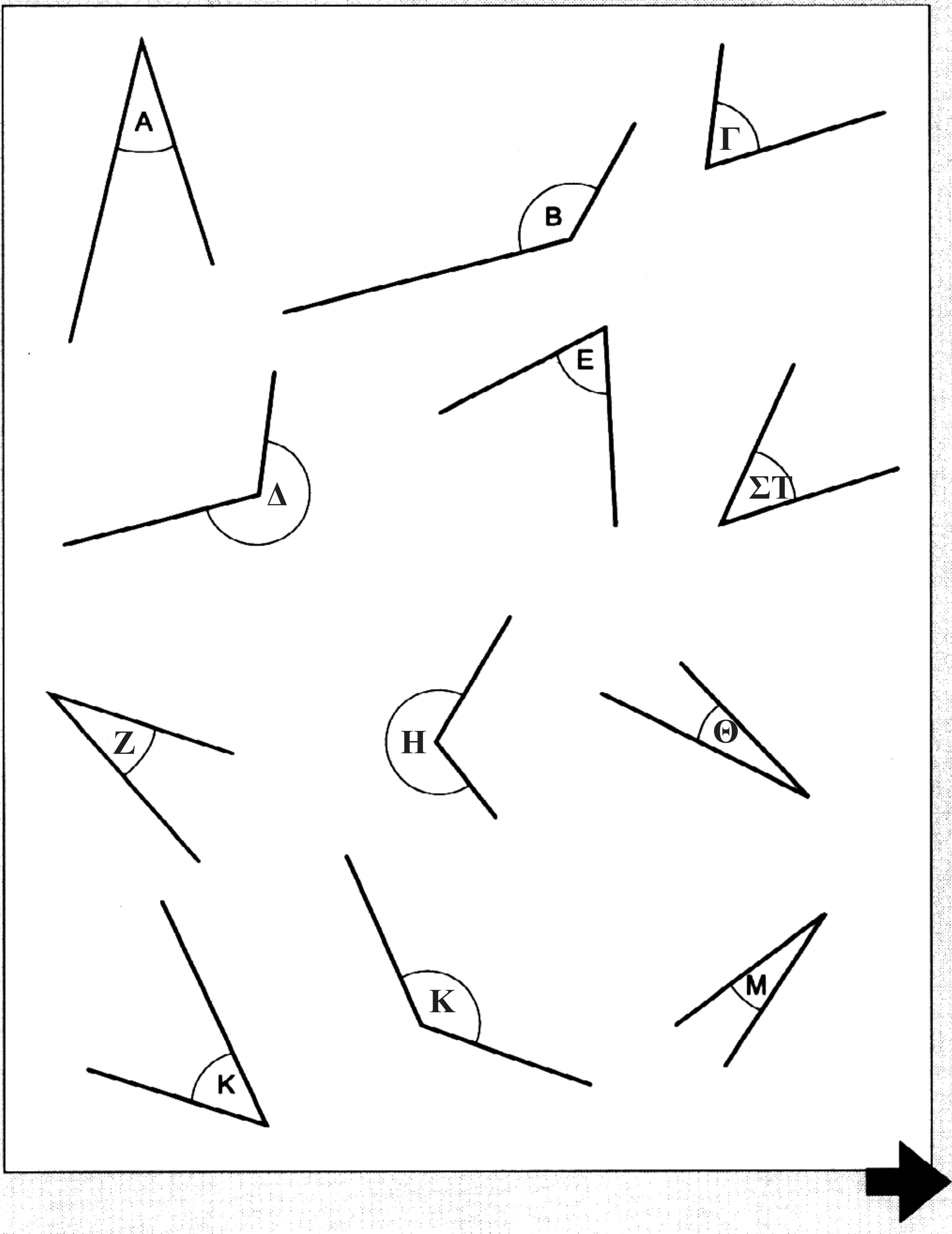


Smile **2280**

Παρακάτω, η γωνία **Α** είναι ίση με τη γωνία **Η**.

$\hat{A} = \hat{H}$

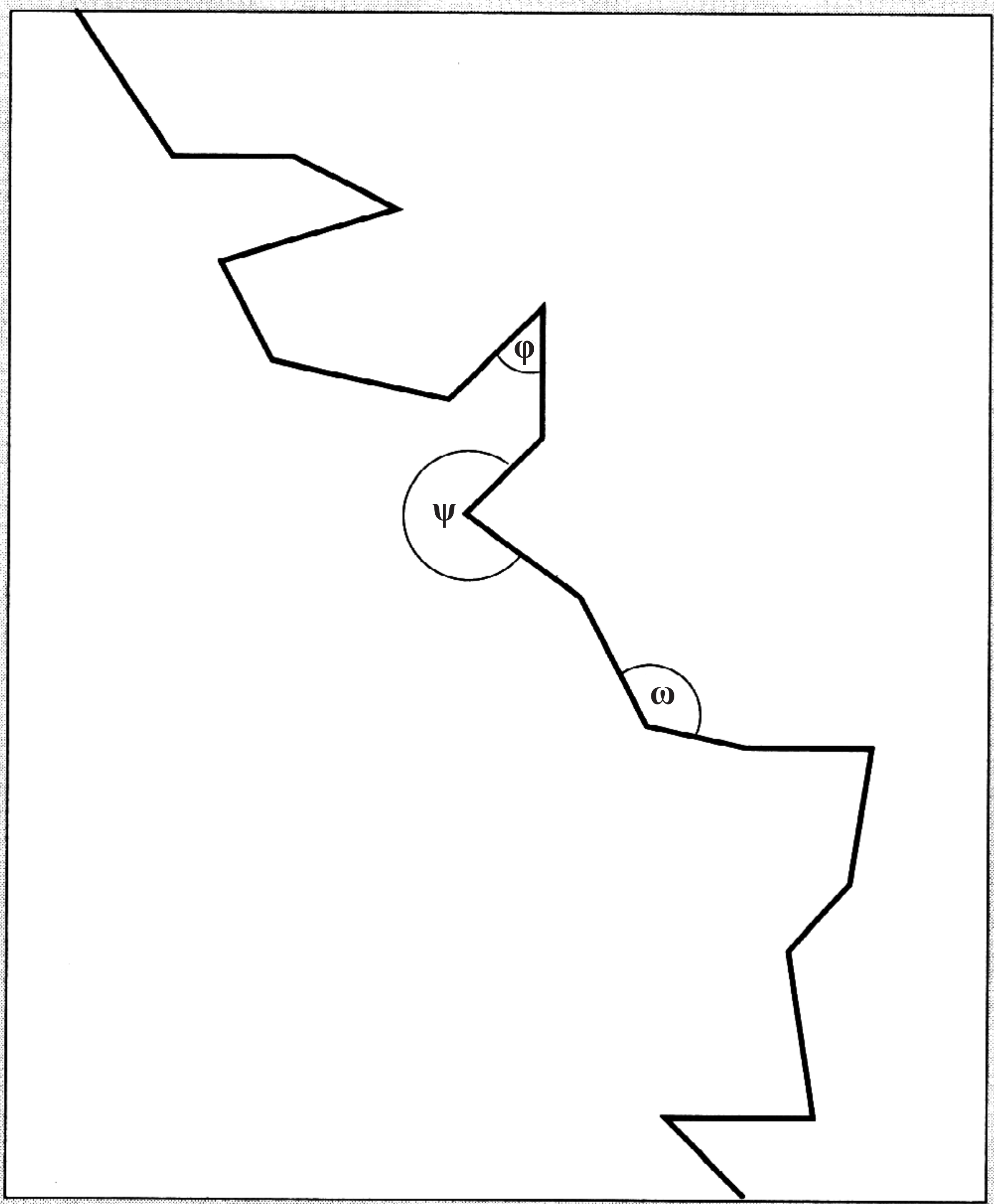
4. Να χρησιμοποιήσεις το διαφανές χαρτί, για να βρεις άλλα πέντε ζεύγη ίσων γωνιών.



Smile **2280**

5. Να κάνεις το αποτύπωμα αυτής της γραμμής.

- Να σημειώσεις όλες τις γωνίες που είναι ίσες με τη γωνία φ.
- Να σημειώσεις όλες τις γωνίες που είναι ίσες με τη γωνία ψ.
- Να σημειώσεις όλες τις γωνίες που είναι ίσες με τη γωνία ω.



Smile **2281**

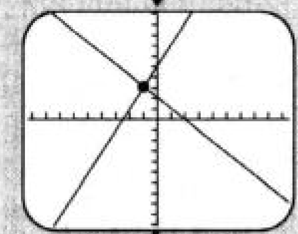
Ταυτόχρονο ταίριασμα

Θα χρειαστείς ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων.

Αυτό το ζεύγος εξισώσεων . . .

$y = 2 - x$
$y = 2x + 5$

μπορεί να αναπαρασταθεί γραφικά σε ένα κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων.



Το σημείο τομής (-1, 3) αναπαριστά τη λύση του συστήματος δύο εξισώσεων.

$x = -1$
$y = 3$

Να αντικαταστήσεις με x= -1 και y= 3 τις αρχικές εξισώσεις, για να κάνεις τον έλεγχο.

$y = 2 - x$
$3 = 2 - -1$ ✔
$y = 2x + 5$
$3 = (2 \times -1) + 5$
$3 = -2 + 5$ ✔

- Να ρυθμίσεις το πλήκτρο $\boxed{\text{Range}}$ (Εύρος) στο κομπιουτεράκι γραφικών παραστάσεων:

Εύρος x	
Χ ελάχιστο	-10
Χ μέγιστο	10
Χ κλίμακα	1
Εύρος y	
Υ ελάχιστο	-10
Υ μέγιστο	10
Υ κλίμακα	1

Α Να ταιριάξεις τα παρακάτω σε ομάδες. Κάθε ομάδα θα πρέπει να περιλαμβάνει:

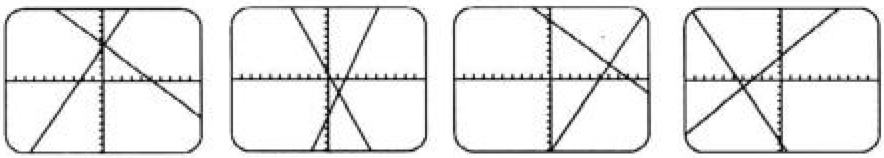
- **Ένα ζεύγος εξισώσεων**
- **Μια οθόνη αριθμομηχανής**
- **Μια λύση**

Για κάθε ομάδα να αντικαταστήσεις τη λύση στο ζεύγος των εξισώσεων, για να το ελέγξεις.

Ζεύγη εξισώσεων (σύστημα δύο εξισώσεων)

1.	2.	3.	4.
$y = 2x - 10$ $y = 8 - x$	$y = 2x + 5$ $y = 5 - x$	$y = x + 3$ $y = -2x - 9$	$y = 3x - 5$ $y = -2x$

Οθόνες αριθμομηχανής



Λύσεις

(i)	(ii)	(iii)	(iv)
$x = 1, y = -2$	$x = -4, y = -1$	$x = 0, y = 5$	$x = 6, y = 2$

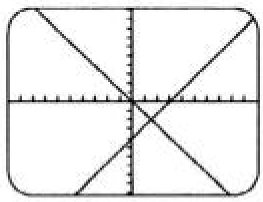
Β **Για αυτό το ζεύγος εξισώσεων**

$$y = x + 1$$
$$y = 2x + 4$$

- Να σχεδιάσεις την οθόνη της αριθμομηχανής.
- Να βρεις τη λύση.

Γ Για αυτήν την **οθόνη αριθμομηχανής**

- Να βρεις το σύστημα των δύο εξισώσεων.
- Να βρεις τη λύση.



Δ Για αυτήν **τη λύση** $x = 4, y = 0$

- Να βρεις ένα σύστημα δύο εξισώσεων.
- Να σχεδιάσεις την οθόνη της αριθμομηχανής.

Smile **2283**

Άλματα

* Να συνεργαστείς με **6** από τους συμμαθητές σου.

* Να μετρήσεις και να καταγράψεις πόσο μακριά μπορεί να πηδήξει ο καθένας χωρίς να πάρει φόρα.

* Ποιος μπορεί να πηδήξει πιο μακριά από όλους;

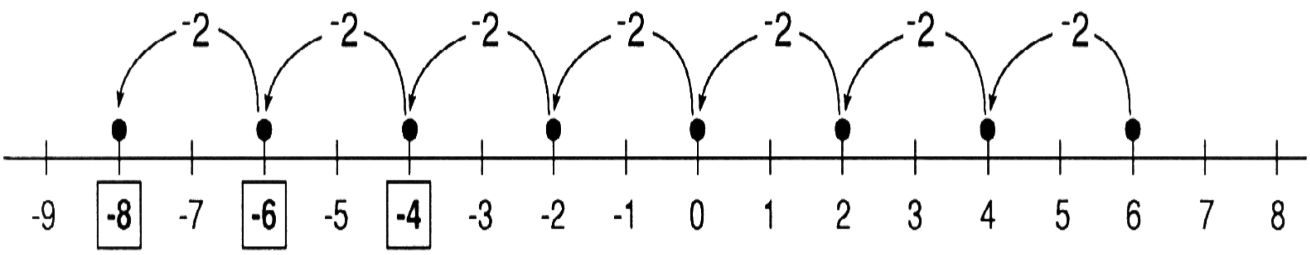
* Να καταγράψεις τα άλματα με τη σειρά, ξεκινώντας από το μεγαλύτερο.

Smile **2293**

Αρνητικές ακολουθίες

Οι πρώτοι πέντε όροι μιας ακολουθίας είναι **6, 4, 2, 0, -2.**

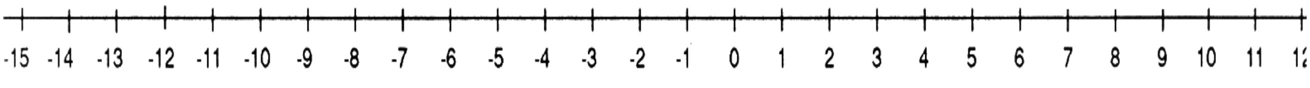
Ακολουθώντας τον κανόνα «αφαιρώ», οι επόμενοι τρεις όροι είναι **-4, -6, -8.**



Για καθεμία από αυτές τις ακολουθίες:

•Να ακολουθήσεις τον κανόνα για να γράψεις τους επόμενους τρεις όρους και να περιγράψεις τον κανόνα που χρησιμοποίησες.
Η αριθμογραμμή παρακάτω θα σε βοηθήσει.

	6,	4,	2,	0,	-2,	**-4,**	**-6,**	**-8**	Ο κανόνας είναι **αφαιρώ 2.**
1)	9,	6,	3,	0,	-3,	[redacted],	[redacted],	[redacted]	Ο κανόνας είναι [redacted]
2)	12,	8,	4,	0,	-4,	[redacted],	[redacted],	[redacted]	Ο κανόνας είναι [redacted]
3)	-8,	-6,	-4,	-2,	0,	[redacted],	[redacted],	[redacted]	Ο κανόνας είναι [redacted]
4)	21,	16,	11,	6,	1,	[redacted],	[redacted],	[redacted]	Ο κανόνας είναι [redacted]
5)	15,	11,	7,	3,	-1,	[redacted],	[redacted],	[redacted]	Ο κανόνας είναι [redacted]
6)	-22,	-14,	-6,	2,	10,	[redacted],	[redacted],	[redacted]	Ο κανόνας είναι [redacted]
7)	32,	26,	20,	14,	8,	[redacted],	[redacted],	[redacted]	Ο κανόνας είναι [redacted]



Smile **2294**

Άθροισμα, γινόμενο και διαφορά

Άθροισμα + Πρόσθεση και συν

- Ποιο είναι το **άθροισμα** του **2** με το **3**;

2 + 3 = 5

Το **άθροισμα** του 2 με το 3 είναι 5

1. Ποιο είναι το άθροισμα:
   α) του 2 με το 4
   β) του 3 με το 5
   γ) του 10 με το 2
   δ) του 9 με το 5
   ε) του 7 με το 8

Να μην χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι.

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Α.Νιζάμ

Άθροισμα, γινόμενο και διαφορά

Smile **2294**

Γινόμενο | X | φορές | πολλαπλασιάζεται | επί

- Ποιο είναι το **γινόμενο** του **2** επί το **3**;

$2 \times 3 = 6$

Το **γινόμενο** του 2 επί το 3 είναι το 6

2. Ποιο είναι το γινόμενο:

α) του 2 επί το 4
β) του 3 επί το 5
γ) του 10 επί το 2
δ) του 9 επί το 5
ε) του 7 επί το 8

Να μην χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι.

2

Μειωτέος — αφαιρετέος πλην λιγότερο υπόλοιπο

● Ποια είναι η **διαφορά** του **2** από το **3**;

3 − 2 = 1

Να αφαιρέσεις το μικρότερο από το μεγαλύτερο αριθμό.

Η διαφορά του 2 από το 3 είναι το 1

3. Ποια είναι η διαφορά:

α) του 2 από το 4
β) του 3 από το 5
γ) του 10 και του 2
δ) του 9 και του 5
ε) του 7 από το 8

Να μην χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι.

Smile **2294**

Τέσσερις πράξεις

Να μην χρησιμοποιήσεις κομπιουτεράκι.

4. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

		άθροισμα	γινόμενο	διαφορά
α)	**2** και **4**	**2 + 4 =**	**2 x 4 =**	**4 – 2 =**
β)	**6** και **3**			
γ)	**7** και **9**			
δ)	**5** και **1**			
ε)	**3** και **11**			

5. Να υπολογίσεις τα παρακάτω:

α) ποιο είναι το **άθροισμα** του **15** με το **9**;
β) ποια είναι η **διαφορά** του **6** από το **18**;
γ) ποιο είναι το **γινόμενο** του **5** επί το **9;**
δ) ποιο είναι το **γινόμενο** του **8** επί το **6**;
ε) ποιο είναι το **άθροισμα** του **8** με το **6**;

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Α.Νιζάμ

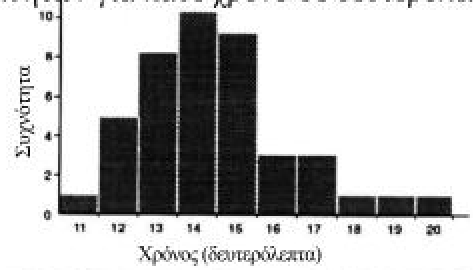
Smile **2295**

Ιστογράμματα

42 μαθητές συμμετείχαν σε ένα τεστ φυσικής κατάστασης. Το τεστ συμπεριελάμβανε τρέξιμο 80 μ., άλμα σε ύψος, άλμα σε μήκος, εκτάσεις, ρίψεις και κάμψεις.

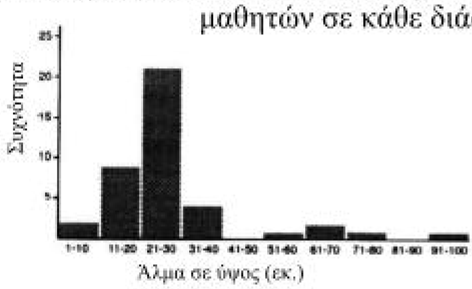
Τρέξιμο 80μ. Οι χρόνοι έχουν στρογγυλοποιηθεί στο πλησιέστερο ακέραιο δευτερόλεπτο. Το ιστόγραμμα που ακολουθεί δείχνει τη **συχνότητα** των μαθητών για κάθε χρόνο σε δευτερόλεπτα.

Χρόνος (δευτερόλεπτα)	Συχνότητα
11	1
12	5
13	8
14	10
15	9
16	3
17	3
18	1
19	1
20	1



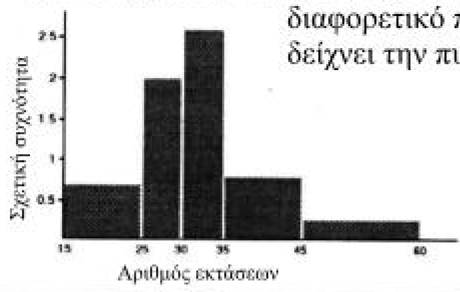
Άλμα σε ύψος Τα στοιχεία καταχωρήθηκαν σε ίσου μήκους διαστήματα των 10 εκ. Το ιστόγραμμα που ακολουθεί δείχνει τη συχνότητα των μαθητών σε κάθε διάστημα.

Ύψος (εκ.)	Συχνότητα
1 - 10	2
11 - 20	9
21 - 30	22
31 - 40	4
41 - 50	0
51 - 60	1
61 - 70	2
71 - 80	1
81 - 90	0
91 - 100	1



Εκτάσεις σε 60 δευτ. Αυτά τα στοιχεία δεν καταχωρήθηκαν σε ίσου μήκους διαστήματα. Η συχνότητα των μαθητών σε κάθε διάστημα φαίνεται από το **εμβαδόν** κάθε στήλης στο ιστόγραμμα. Οι στήλες έχουν διαφορετικό πλάτος και ο κάθετος άξονας δείχνει την πυκνότητα της συχνότητας.

Αριθμός εκτάσεων	Συχνότητα
15 - 24	7
25 - 29	10
30 - 34	13
35 - 44	8
45 - 59	4



Ιστογράμματα με στοιχεία σε ίσου μήκους διαστήματα

- Οι στήλες έχουν το ίδιο πλάτος.
- Το ύψος της κάθε στήλης απεικονίζει τη "συχνότητα".

Ιστογράμματα με δεδομένα σε άνισα διαστήματα

- Οι στήλες έχουν διαφορετικό πλάτος.
- Το πλάτος κάθε στήλης απεικονίζει τη "συχνότητα".
- Το ύψος κάθε στήλης απεικονίζει την "πυκνότητα της συχνότητας".

➔ Γύρισε σελίδα για να δεις έναν τρόπο υπολογισμού της **"σχετικής συχνότητας"**.

Πώς υπολογίζεται η πυκνότητα της συχνότητας

Συχνότητα = πυκνότητα συχνότητας x πλάτος κλάσης

Πυκνότητα συχνότητας = $\dfrac{\text{συχνότητα}}{\text{πλάτος κλάσης}}$

---

1. Ρίψεις
Στο συγκεκριμένο τεστ οι 42 μαθητές έπρεπε να κάνουν όσο το δυνατόν περισσότερες ρίψεις σε 60 δευτερόλεπτα.

Ο αριθμός ρίψεων του κάθε μαθητή φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Τα διαστήματα καταχώρησης των συγκεκριμένων στοιχείων δεν είναι μεταξύ τους ίσα.

Αυτό το διάστημα είναι 20.

Η συχνότητα είναι 5.

Η πυκνότητα της συχνότητας είναι $= \frac{5}{20} = 0{,}25$

Αριθμός ρίψεων	Συχνότητα
10 - 29	5
30 - 39	12
40 - 49	13
50 - 59	9
60 - 74	3
75 -	0

Αυτό το διάστημα είναι 10.

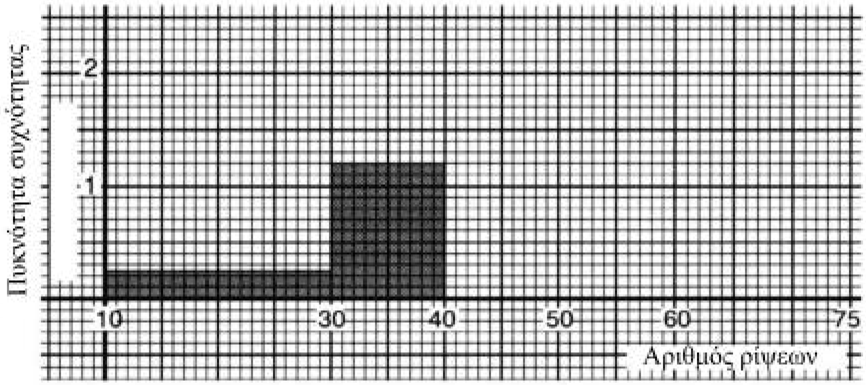
Η συχνότητα είναι 12.

Η πυκνότητα της συχνότητας είναι $= \frac{12}{10} = 1{,}2$

α) Να αντιγράψεις τον παρακάτω πίνακα και να υπολογίσεις την πυκνότητα της συχνότητας.

Αριθμός ρίψεων	Συχνότητα	Διάστημα	Πυκνότητα της συχνότητας
10 – 29	5	20	5 : 20 = 0,25
30 – 39	12	10	12 : 10 = 1,2
40 – 49	13	[redacted]	[redacted]
50 – 59	9	[redacted]	[redacted]
60 – 74	3	[redacted]	[redacted]
75 –	0	[redacted]	[redacted]

β) Έχουμε ξεκινήσει το σχεδιασμό ενός ιστογράμματος με τα αποτελέσματα των ρίψεων. Να το αντιγράψεις και να το συμπληρώσεις, χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του πίνακα.



---

2. **Άλμα σε μήκος**

Ο παρακάτω πίνακας σχετικής συχνότητας παραθέτει τα αποτελέσματα του άλματος σε μήκος των μαθητών σε εκατοστά.

α) Να αντιγράψεις τον παρακάτω πίνακα και να υπολογίσεις την πυκνότητα συχνότητας.

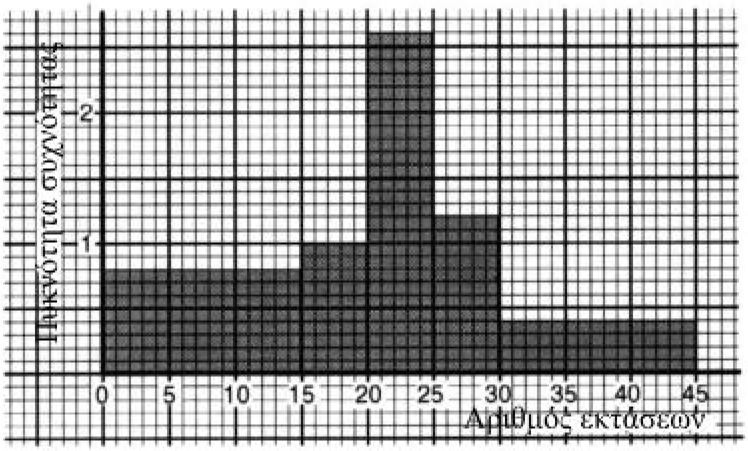
Μήκος άλματος σε εκατοστά	Συχνότητα	Διάστημα	Πυκνότητα συχνότητας
100 ≤ L< 150	3	50	0,06
150 ≤ L< 175	3	25	[redacted]
175 ≤ L< 200	8	25	[redacted]
200 ≤ L< 220	7	[redacted]	[redacted]
220 ≤ L< 250	13	[redacted]	[redacted]
250 ≤ L< 300	7	[redacted]	[redacted]
300 ≤ L< 350	1	[redacted]	[redacted]

β) Να σχεδιάσεις ένα ιστόγραμμα, για να απεικονίσεις τις συγκεκριμένες πληροφορίες σε χιλιοστομετρικό χαρτί.

Smile **2295**

3. **Εκτάσεις**

Το παρακάτω ιστόγραμμα παρουσιάζει τον αριθμό των εκτάσεων σε 60 δευτερόλεπτα.



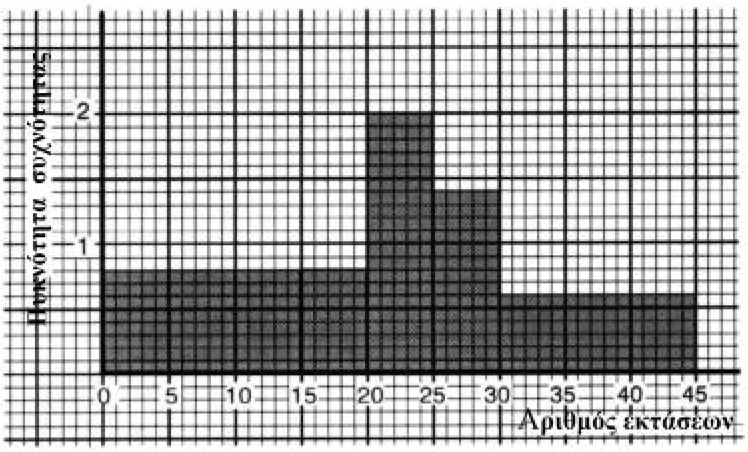
Να υπολογίσεις με βάση το ιστόγραμμα τον αριθμό των μαθητών που έκαναν:

α) 0 ως 14 εκτάσεις

β) 25 ως 29 εκτάσεις

γ) 20 ως 44 εκτάσεις

Σε ένα άλλο σχολείο παρατηρήθηκαν 42 μαθητές. Το παρακάτω ιστόγραμμα δείχνει τον αριθμό των εκτάσεων που εκτέλεσαν οι συγκεκριμένοι μαθητές σε 60 δευτερόλεπτα.



δ) Να χρησιμοποιήσεις τα δύο ιστογράμματα, για να σχολιάσεις τις διαφορές στον αριθμό των εκτάσεων που εκτέλεσαν οι μαθητές των δύο σχολείων σε 60 δευτερόλεπτα.

Smile **2297**

Πιο δύσκολες αρνητικές ακολουθίες

Οι πρώτοι τρεις όροι σε μια ακολουθία είναι **0, ⁻1, ⁻3, ⁻6, ⁻10,**

Ο κανόνας μπορεί να βρεθεί, μελετώντας τις διαφορές. **0, ⁻1, ⁻3, ⁻6, ⁻10,**

−1 −2 −3 −4

Ο κανόνας είναι "αφαιρώ ένα περισσότερο κάθε φορά" (ή "προσθέτω ένα λιγότερο κάθε φορά").

Χρησιμοποιώντας αυτόν τον κανόνα, οι επόμενοι τρεις όροι είναι: **0, ⁻1, ⁻3, ⁻6, ⁻10, ⁻15, ⁻21, ⁻28**

● Να ακολουθήσεις τον κανόνα, για να βρεις τους επόμενους τρεις όρους σε καθεμία από αυτές τις ακολουθίες. Να ελέγξεις αν ο τελευταίος όρος ικανοποιεί τον κανόνα και να τον γράψεις.

1) 6, 4, 0, ⁻6, ⁻14, ■, ■, ■, ⁻66 Ο κανόνας είναι [redacted]

−2 −4 ■ ■

2) 13, 11, 10, 10, 11, ■, ■, ■, 25 Ο κανόνας είναι [redacted]

■ ■ 0 −⁻1

3) 14, 10, 7, 5, 4, ■, ■, ■, 10 Ο κανόνας είναι [redacted]

4) 23, 13, 5, ⁻1, ⁻5, ■, ■, ■, ⁻1 Ο κανόνας είναι [redacted]

5) 12, 13, 13, 12, 10, ■, ■, ■, ⁻8 Ο κανόνας είναι [redacted]

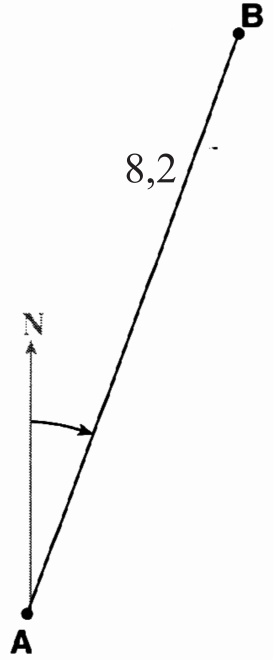
6) 3, 7, 10, 12, 13, ■, ■, ■, 7 Ο κανόνας είναι [redacted]

7) 1, 0, ⁻2, ⁻6, ⁻14, ■, ■, ■, ⁻254 Ο κανόνας είναι [redacted]

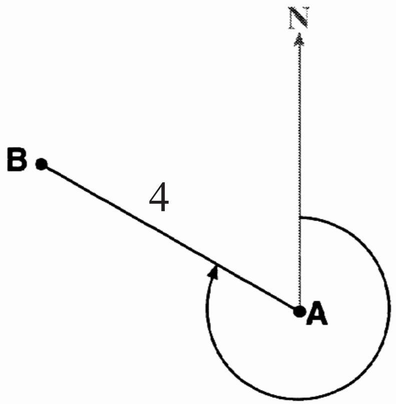
8) ⁻13, ⁻10, ⁻8, ⁻7, ⁻7, ■, ■, ■, ⁻17 Ο κανόνας είναι [redacted]

9) 130, 66, 34, 18, 10, ■, ■, ■, 2.5 Ο κανόνας είναι [redacted]

10) 16, 12, 4, ⁻12, ⁻44, ■, ■, ■, ⁻1004 Ο κανόνας είναι [redacted] ε)



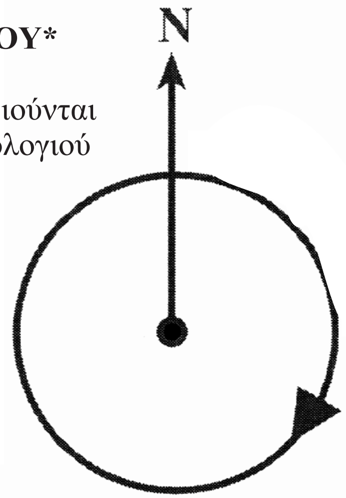
στ)



Θα χρειαστείς ένα μοιρογνωμόνιο και ένα χάρακα (τα μεγέθη που αναφέρονται παρακάτω είναι κατά προσέγγιση).

ΓΩΝΙΕΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ*

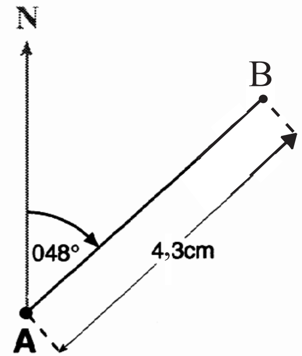
Οι γωνίες προσανατολισμού μετριούνται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφα) από το Βορρά και γράφονται ως τριψήφιοι αριθμοί.



Η γωνία του Β ως προς το Α, η γωνία που σχηματίζει η ευθεία ΑΒ με τον άξονα Βορράς - Νότος είναι 048°;

Το ΑΒ είναι 4,3 εκ.

Χρησιμοποιείται κλίμακα 1εκ.:100 μ. ή
1 εκ. αντιστοιχεί σε 100 μ.
Το ΑΒ αναπαριστά μια απόσταση 430 μ.

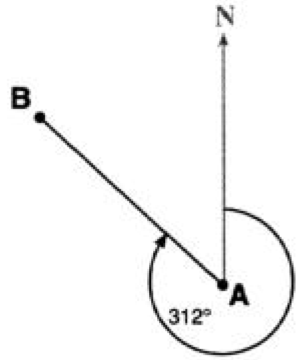


* Γωνίες που σχηματίζουν ευθείες με τον άξονα Βορράς - Νότος.

Smile **2302**

1) Η γωνία του Β ως προς το Α είναι 312°.
Το ΑΒ είναι 3,9 εκ.

Η κλίμακα που χρησιμοποιείται είναι
1 εκ.:100 μ.
Ποια απόσταση αναπαριστά το ΑΒ σε μέτρα;

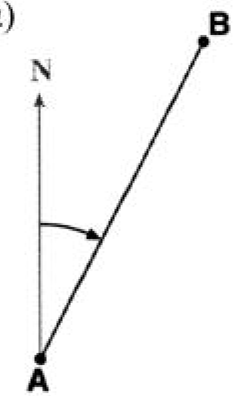


2) Σε καθένα από τα ακόλουθα σχεδιαγράμματα:
* να μετρήσεις τη γωνία προσανατολισμού
με όσο μεγαλύτερη ακρίβεια γίνεται.
* να μετρήσεις την απόσταση ΑΒ και να βρεις την
απόσταση που αναπαριστά σε μέτρα.
Η κλίμακα που χρησιμοποιείται είναι 1 εκ.:100 μ.

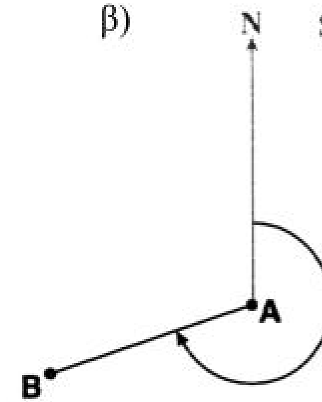
* Να καταγράψεις τα αποτελέσματά σου σε έναν πίνακα.

	Γωνία του Β από το Α	Α στο Β	
		Απόσταση στο σχεδιάγραμμα	Πραγματική απόσταση
1.	312°	3,9 εκ	

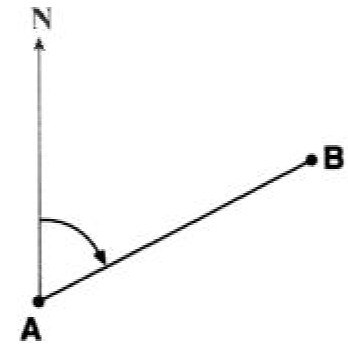
α)



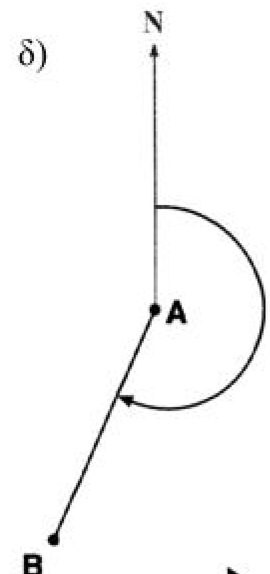
β)



γ)



δ)

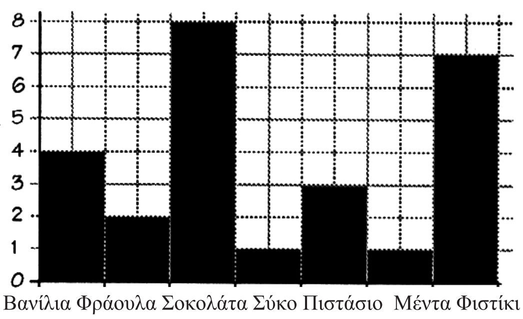


Αγαπημένη γεύση παγωτού

Η Ζωή μέτρησε πόσοι μαθητές προτιμούν την κάθε γεύση παγωτού.

Η λέξη **«επικρατούσα τιμή»** δηλώνει την **πιο δημοφιλή** γεύση.

1) Ποια γεύση παγωτού φανερώνει την επικρατούσα τιμή στην τάξη της Ζωής;



2) Ποια γεύση πιστεύεις ότι είναι η πιο δημοφιλής στην τάξη σου;
Να κάνεις μια έρευνα, για να διαπιστώσεις αν έχεις δίκιο.
* Να ρωτήσεις όλους τους συμμαθητές σου ποια είναι η αγαπημένη τους γεύση παγωτού.
* Να μετρήσεις τους μαθητές που προτιμούν την κάθε γεύση παγωτού.
* Να κατασκευάσεις ένα ραβδόγραμμα, για να παρουσιάσεις τα αποτελέσματά σου.
* Ποια γεύση αντιπροσωπεύει την επικρατούσα τιμή στην τάξη σου;
* Ήταν η πρώτη σου εκτίμηση σωστή;

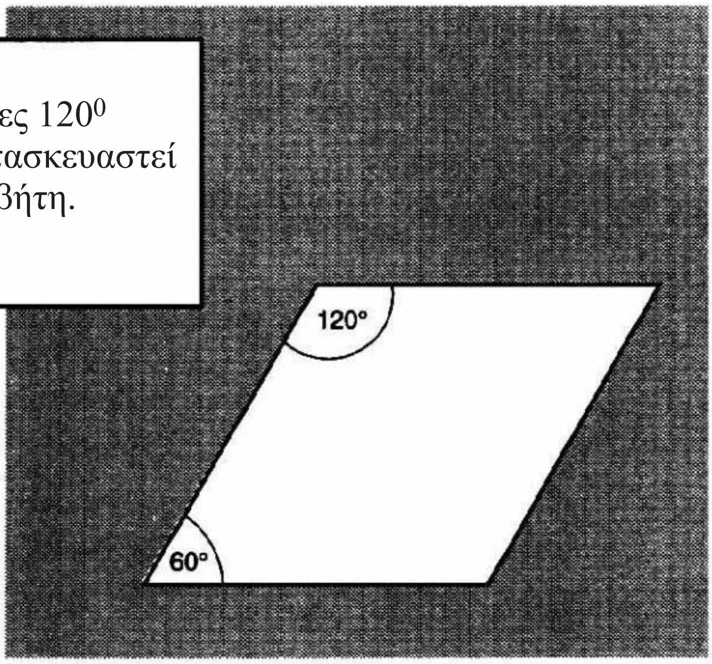
3) **Φαντάσου ότι έχεις αρκετά χρήματα για να αγοράσεις τέσσερα μεγάλα δοχεία παγωτού. Να μοιραστείς τα δοχεία παγωτού με τους συμμαθητές σου.**

* **Θα αγόραζες τέσσερις *διαφορετικές* γεύσεις;**
* **Ποια γεύση θα αγόραζες;**

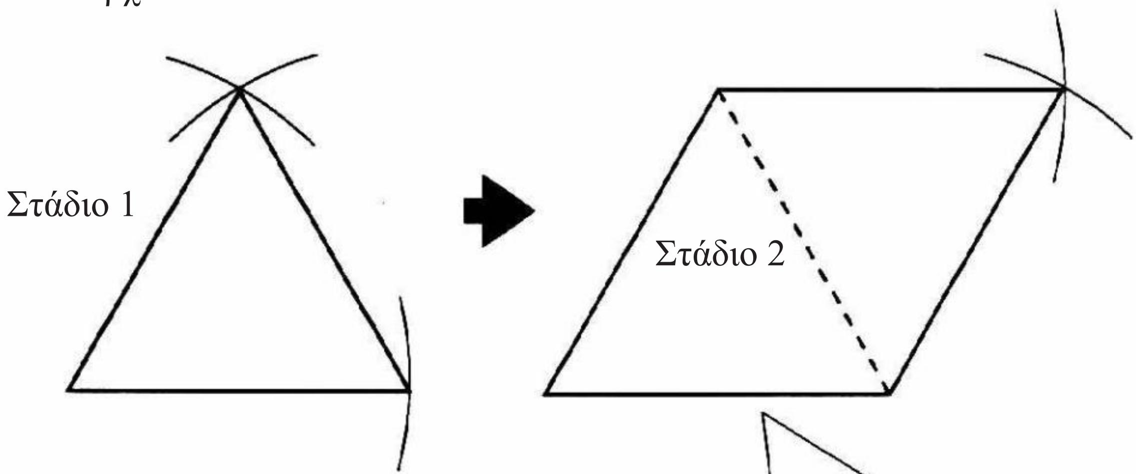
Ας αρχίσουμε με 60 μοίρες

Θα χρειαστείς ένα διαβήτη, ένα χάρακα και ένα καλοξυσμένο μολύβι.

Ένας ρόμβος με γωνίες 120^0 και 60^0 μπορεί να κατασκευαστεί με τη χρήση ενός διαβήτη.



Υπάρχουν δύο στάδια.

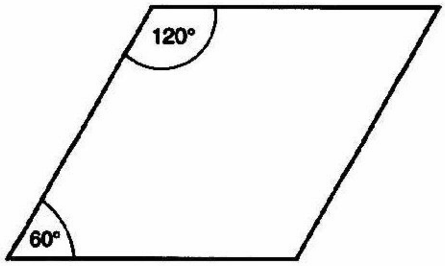


Κοίταξε στην τελευταία σελίδα, για να θυμηθείς πώς κατασκευάζουμε γωνία 60^0 με τη χρήση του διαβήτη.

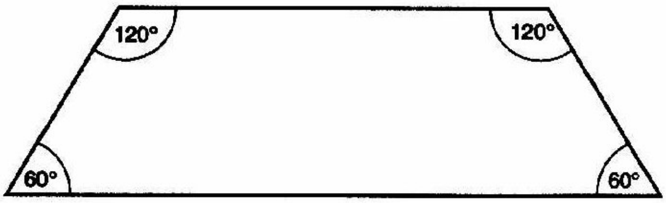
Smile **2311**

1 Να χρησιμοποιήσεις αυτή τη μέθοδο, για να κατασκευάσεις:

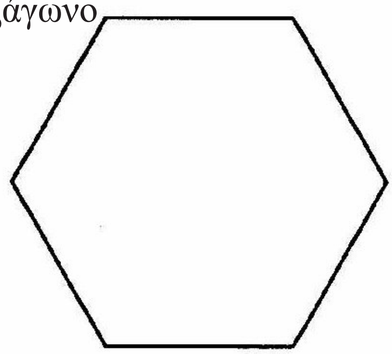
α) έναν παρόμοιο ρόμβο



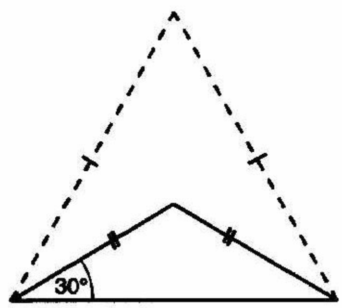
β) ένα τραπέζιο



γ) ένα κανονικό εξάγωνο



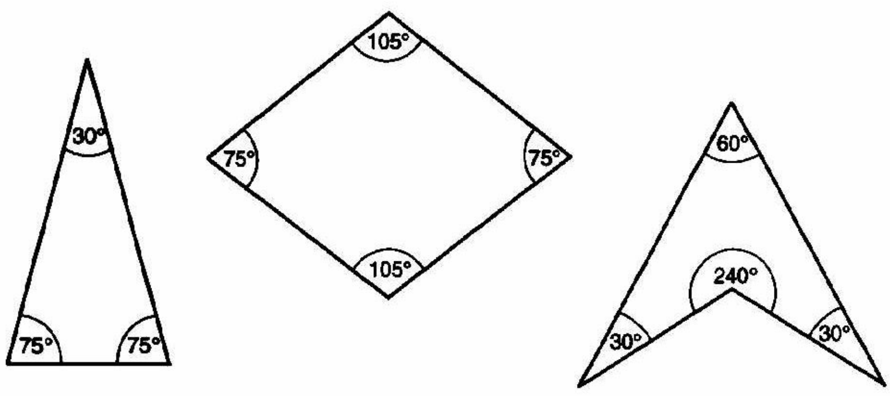
2 Να κατασκευάσεις ένα ισοσκελές τρίγωνο με προσκείμενες στη βάση γωνίες 30^o



Να κοιτάξεις στην τελευταία σελίδα, για να θυμηθείς πώς διχοτομούμε μια γωνία.

ΠΡΟΚΛΗΣΗ

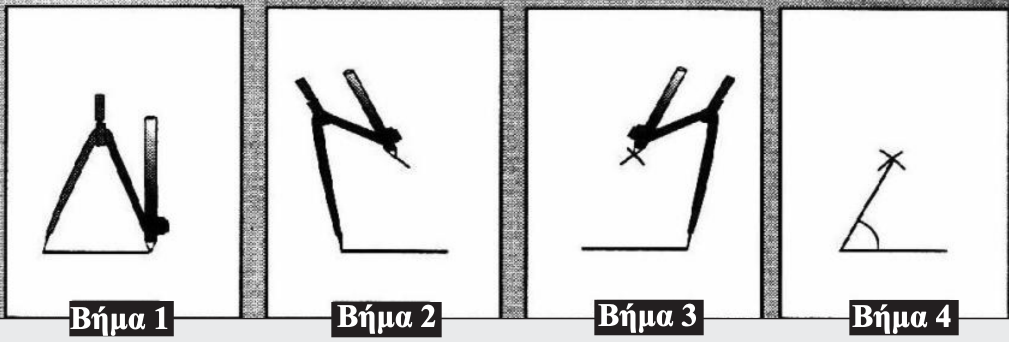
Να κατασκευάσεις αυτά τα σχήματα, χρησιμοποιώντας μόνο διαβήτη, μυτερό μολύβι και ένα χάρακα.



Να μη χρησιμοποιήσεις μοιρογνωμόνιο.

Smile **2311**

Πώς κατασκευάζουμε γωνία 60^0



Βήμα 1

Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα. Να ανοίξεις το διαβήτη στο μήκος του ευθύγραμμου τμήματος.

Βήμα 2

Να τοποθετήσεις τη μύτη του διαβήτη στη μία άκρη του ευθύγραμμου τμήματος. Να σχεδιάσεις ένα τόξο.

Βήμα 3

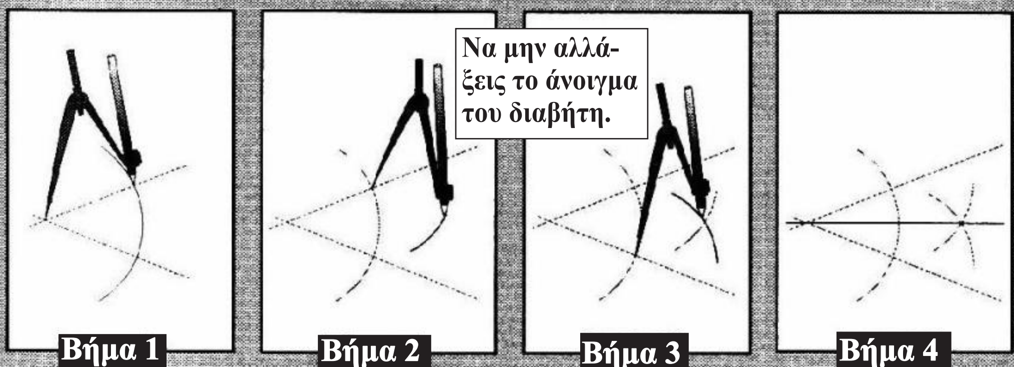
Να τοποθετήσεις τη μύτη του διαβήτη στην άλλη άκρη του ευθύγραμμου τμήματος. Να σχεδιάσεις ένα τόξο που τέμνει το προηγούμενο.

Βήμα 4

Να ενώσεις το σημείο τομής των δύο τόξων με τη μία άκρη του ευθύγραμμου τμήματος. Να ελέγξεις ότι το μέγεθος της γωνίας είναι 60^0.

Πώς διχοτομούμε μια γωνία

Να αρχίσεις με μια οποιαδήποτε γωνία.



Βήμα 1

Να σχεδιάσεις ένα οποιοδήποτε τόξο.

Βήμα 2

Να σχεδιάσεις ακόμη ένα τόξο.

Βήμα 3

Να σχεδιάσεις και ένα άλλο τόξο.

Βήμα 4

Να χαράξεις μια ευθεία γραμμή.

Smile **2312**

Πρόκληση αριθμών

Υπάρχουν τρεις αριθμοί …

Δύο από τους αριθμούς είναι μικρότεροι από σαράντα …

Ένας από τους αριθμούς είναι η τετραγωνική ρίζα ενός από τους άλλους αριθμούς …

Οι τρεις αριθμοί, όταν προστίθενται, δίνουν άθροισμα μικρότερο από το εκατό …

Ένας από αυτούς είναι πρώτος αριθμός …

Δύο από αυτούς είναι ζυγοί …

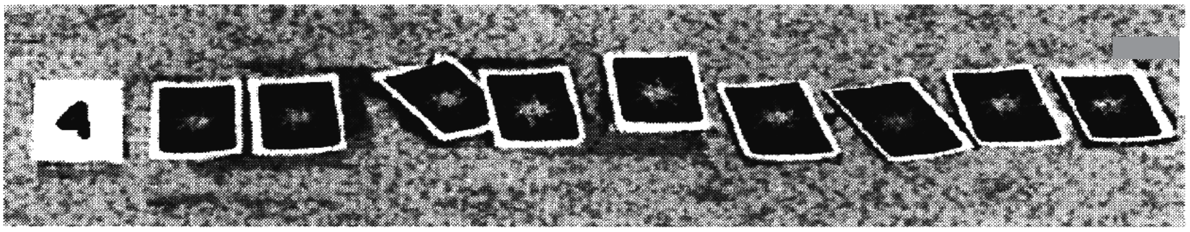
Οι τρεις αριθμοί, όταν προστίθενται, σχηματίζουν έναν πρώτο αριθμό …
Τα ψηφία αυτού του αθροίσματος, όταν προστίθενται, σχηματίζουν έναν από τους αριθμούς …

Ένας από τους αριθμούς είναι ένα περισσότερο από ένα πολλαπλάσιο του δέκα …

Δύο από τους αριθμούς έχουν περισσότερα από ένα ψηφία …

Κανένας από αυτούς δεν είναι τριγωνικός αριθμός …

Ποιοι είναι οι **τρεις** αριθμοί;

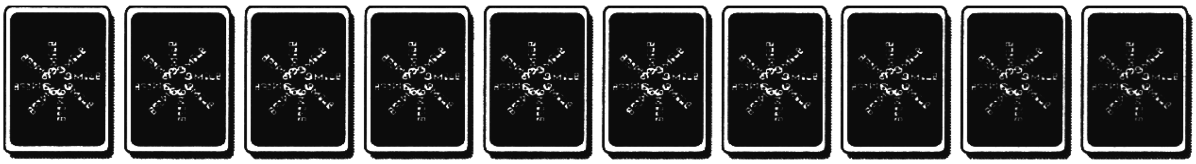


Αναποδογυρίζοντας τις κάρτες

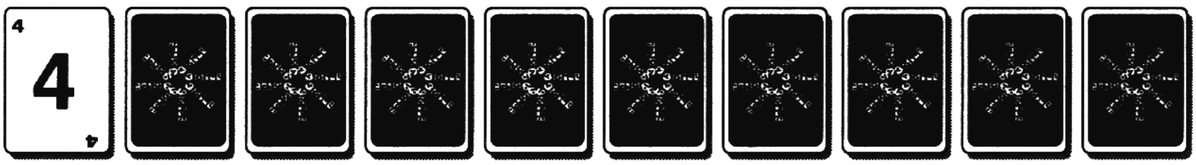
Μια δραστηριότητα για δύο.

Θα χρειαστείς τις κάρτες 0,1,2,3,4,5,6,7,8 και 9 από το φύλλο εργασίας **2226**.

* Να ανακατέψεις τις κάρτες και να τις τοποθετήσεις ανάποδα στη σειρά.



* Να ανοίξεις την πρώτη κάρτα.



* **Να προβλέψεις** αν η επόμενη κάρτα θα είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη.
  Να ανοίξεις την κάρτα για να δεις αν είχες δίκιο.

* Συνέχισε τις προβλέψεις μέχρι να φτάσεις στο τέλος της σειράς.
* Να καταγράψεις τις προβλέψεις σου σε έναν πίνακα.
* **Να παίξεις το παιγνίδι τρεις ακόμη φορές.**

Αριθμός κάρτας	Μεγαλύτερη ή μικρότερη	
	Πρόβλεψη	Σωστό
4	Μεγαλύτερη	

Ομάδα Συγκρότησης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Μαθηματικά (ΔΠΘ): Χ.Σακονίδης, Α.Κλώθου, Ε.Κυριάκη, Α.Νιζάμ

Smile **2313**

Παιχνίδι 1

Πρόβλεψη: Μικρότερη

Επεξήγηση: Απομένουν έξι κάρτες 0, 1, 4, 6, 7 και 9.
Μόνο **μία είναι μεγαλύτερη** από το 8.
Πέντε κάρτες είναι μικρότερες από το 8.
Έτσι, είναι **πιο πιθανό** η επόμενη κάρτα να είναι **μικρότερη** από το 8.

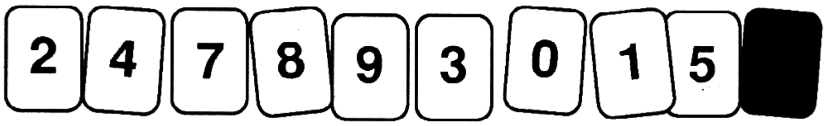
Να παρατηρήσεις τα παρακάτω πέντε παιχνίδια

Α. **Να προβλέψεις** αν είναι πιο πιθανό οι επόμενες κάρτες να είναι μεγαλύτερες ή μικρότερες.
Β. **Να εξηγήσεις** την πρόβλεψή σου.

Παιχνίδι 2

Παιχνίδι 3

Παιχνίδι 4



Παιχνίδι 5

Παιχνίδι 6

Περιγράφοντας ακολουθίες

Smile **2314**

A Να αντιγράψεις στο τετράδιό σου τις προτάσεις που περιγράφουν τις ακολουθίες και να συμπληρώσεις τα κενά τους. Η πρώτη ακολουθία έχει συμπληρωθεί.

Περιγραφή	**Ακολουθία**
1. Να προσθέσεις τρία	2, 5, 8, 11, 14, 17, . . .
2. Να προσθέσεις πέντε	4, 9, 14, ■, ■, ■, . . .
3. Να αφαιρέσεις τέσσερα	20, 16, 12, ■, ■, ■, . . .
4. Να προσθέτεις ένα περισσότερο κάθε φορά	2, 3, 5, ■, ■, ■, . . .
5. Να διαιρέσεις με το δύο	16, 8, 4, ■, ■, ■, . . .
6. Να πολλαπλασιάσεις με το τρία	2, 6, 18, ■, ■, ■, . . .
7. Να αφαιρείς ένα κάθε φορά	50, 41, 33, ■, ■, ■, . . .

Γύρισε σελίδα

B Να αντιγράψεις στο τετράδιό σου τις ακολουθίες και να συμπληρώσεις τους όρους που λείπουν. Στη συνέχεια, να περιγράψεις την κάθε ακολουθία.

Παράδειγμα:

Ακολουθία	**Περιγραφή**
2, 4, 8, 16, 32, 64	πολλαπλασίασε με το δύο

Να συμβουλευτείς το **πρώτο μέρος** για να επιλέξεις τις σωστές λέξεις.

	Ακολουθία	**Περιγραφή**
1.	5, 9, 13, 17, ■, ■, . . .	▬
2.	81, 27, 9, 3, ■, ■, . . .	▬
3.	3, 11, 18, 24, ■, ■, . . .	▬
4.	42, 36, 30, 24, ■, ■, . . .	▬
5.	3, 6, 12, 24, ■, ■, . . .	▬
6.	40, 38, 35, 31, ■, ■, . . .	▬

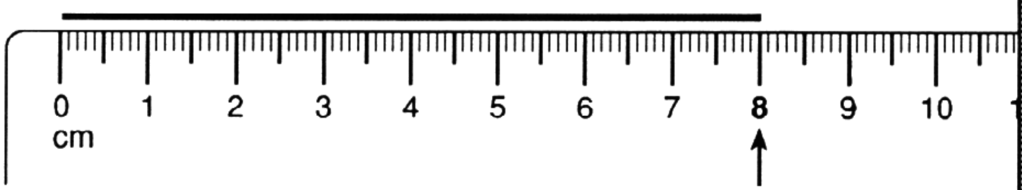
Μετρώντας με το χάρακα

Smile **2315**

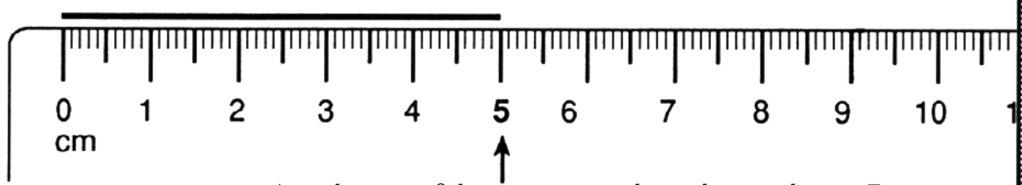
Θα χρειαστείς ένα χάρακα με εκατοστά.

Μετρώντας ένα ευθύγραμμο τμήμα

* Να τοποθετήσεις το χάρακα έτσι ώστε η ένδειξη 0 εκ. να βρίσκεται στο ένα άκρο του ευθύγραμμου τμήματος.
* Ποιο είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος;

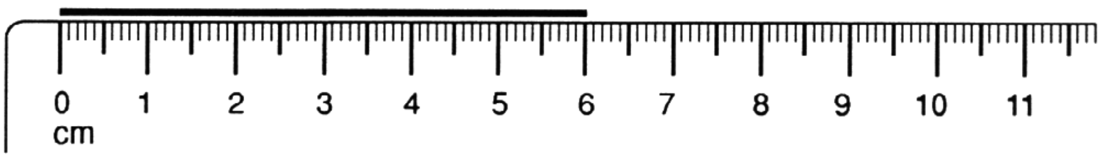


Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος **8 εκ.**



Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος **5 εκ.**

1. Πόσο μήκος έχει το ευθύγραμμο τμήμα;



2. Να μετρήσεις το μήκος που έχουν τα ευθύγραμμα τμήματα.
Φρόντισε να τοποθετείς κάθε φορά την ένδειξη των 0 εκ. στο ένα άκρο των τμημάτων.

Α)

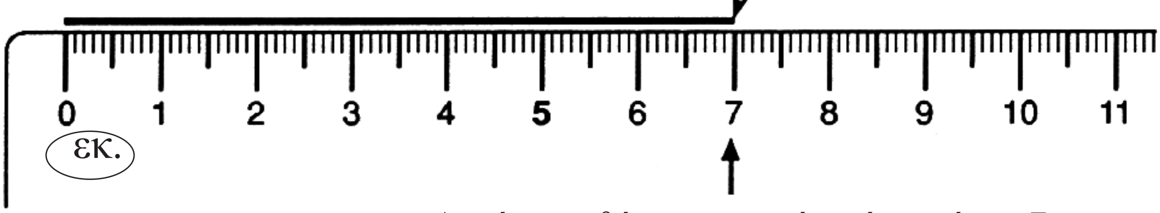
Β)

Γ)

Χαράσσοντας ένα ευθύγραμμο τμήμα

Για να χαράξεις ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους 7 εκ.

* Τοποθέτησε το μολύβι σου στο σημείο **0 εκ.**
* Χάραξε το ευθύγραμμο τμήμα από τα **0 εκ**. μέχρι τα **7 εκ.**



Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος **7 εκ.**

3. Να σχεδιάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα:

Α. μήκους **4 εκ.** Β. μήκους **8 εκ**. Γ. μήκους **10 εκ.**

Χαράσσοντας ένα ευθύγραμμο τμήμα διπλάσιου μήκους

Αυτό το ευθύγραμμο τμήμα είναι **διπλάσιο** σε μήκος.
Έχει μήκος **10 εκ.**

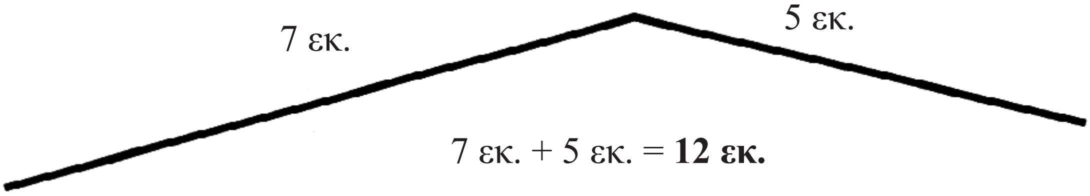
4. Να μετρήσεις τα ευθύγραμμα τμήματα. Για καθένα από αυτά να σχεδιάσεις το διπλάσιό του **(5 x 2 = 10)**

Α)

Β)

Γ)

Μετρώντας τεθλασμένες γραμμές



7 εκ. + 5 εκ. = **12 εκ.**

Το **συνολικό μήκος** αυτής της τεθλασμένης γραμμής είναι **12 εκ.**

5. Να μετρήσεις τις τεθλασμένες γραμμές.
Ποιο είναι το **συνολικό μήκος** κάθε τεθλασμένης γραμμής;

α) 

β) 

γ) 

Γύρισε σελίδα

Smile **2315**

Σχεδιάζοντας τεθλασμένες γραμμές

6. Να σχεδιάσεις τεθλασμένες γραμμές με **συνολικό μήκος:**

Α. 9 εκ.

Β. 14 εκ.

Γ. 8 εκ.

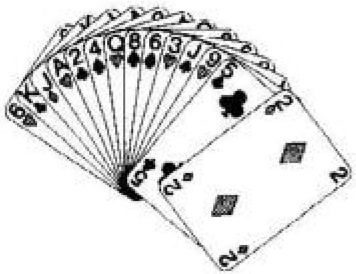
6. Ο μέσος όρος του βάρους εννέα μελών μιας ομάδας ράγκμπυ είναι 95 κιλά.

Ένας νέος παίκτης έρχεται στην ομάδα και ο μέσος όρος του βάρους των δέκα παικτών είναι πλέον 94 κιλά.

Ποιο είναι το βάρος του νέου παίκτη;

7. Η Σελίν τράβηξε πέντε κάρτες από ένα πακέτο. Οι δύο είχαν τον ίδιο αριθμό. Οι άλλες τρεις κάρτες είχαν μονούς αριθμούς. Ο μέσος όρος των καρτών ήταν 7.

Ποιες ήταν οι κάρτες;



Υπάρχουν περισσότερες από μία πιθανές λύσεις.

Smile **2318**

Μια πρόκληση του μέσου όρου!

Ο **μέσος όρος** ενός συνόλου τιμών μπορεί να βρεθεί αν διαιρέσουμε το άθροισμα των τιμών με τον αριθμό (πλήθος) των τιμών.

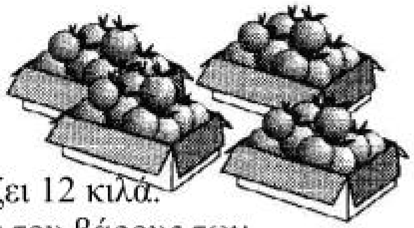
$$\text{Μέσος όρος} = \frac{\textbf{άθροισμα τιμών}}{\textbf{αριθμός τιμών}}$$

Να λύσεις τα παρακάτω προβλήματα.

1. Ο μέσος όρος πέντε συνεχόμενων αριθμών είναι 12.

Ποιος είναι ο μέσος όρος των πρώτων τριών από αυτούς τους αριθμούς;

2. Ο μέσος όρος βάρους τεσσάρων τελάρων με φρούτα είναι 17 κιλά.



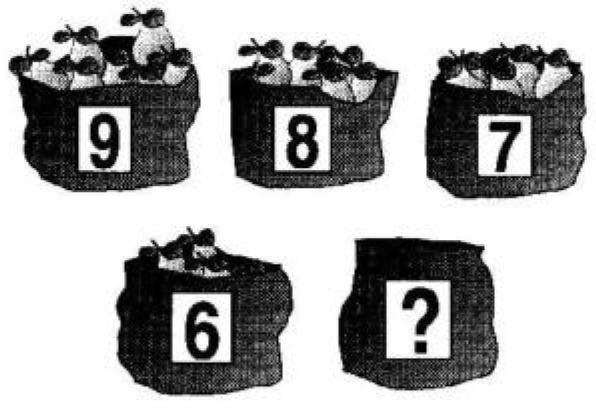
Ένα πέμπτο τελάρο ζυγίζει 12 κιλά. Ποιος είναι ο μέσος όρος του βάρους των πέντε τελάρων;

3. Ο μέσος όρος της ηλικίας μιας ομάδας 7 μαθητών είναι 13 χρόνια.

Ένας άλλος μαθητής έρχεται στην ομάδα αλλά ο μέσος όρος της ηλικίας είναι και πάλι τα 13 χρόνια.

Πόσο χρονών είναι ο νέος μαθητής;

4. Ο μέσος όρος του αριθμού των αχλαδιών σε αυτές τις πέντε σακούλες είναι 8. Τέσσερις από τις σακούλες περιέχουν 9, 8, 7 και 6 αχλάδια.



Πόσα αχλάδια υπάρχουν στην πέμπτη σακούλα;

5. Σε τρία τεστ μαθηματικών, η Ιωάννα πήρε 72%, 77% και 81%.

Θέλει ο μέσος όρος του βαθμού της να είναι 80% ή υψηλότερος.

Τι ποσοστό θα πρέπει να πάρει στο επόμενο τεστ μαθηματικών;

Πίτσα ή μακαρονάδα;

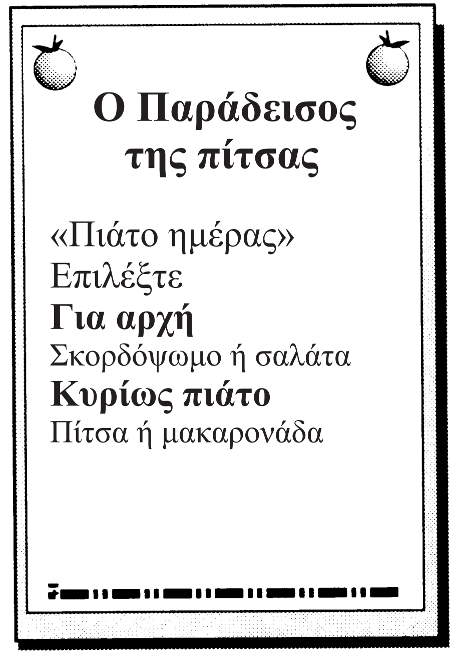
Η Έλενα και ο Νίκος ταξίδεψαν το καλοκαίρι στο Λονδίνο.
Πήγαν στον «Παράδεισο της πίτσας» για φαγητό.

Ο Νίκος διάλεξε το πιάτο «Χαρούμενο Γεύμα».

Μπορεί να διαλέξει ένα ορεκτικό και ένα κύριο πιάτο.

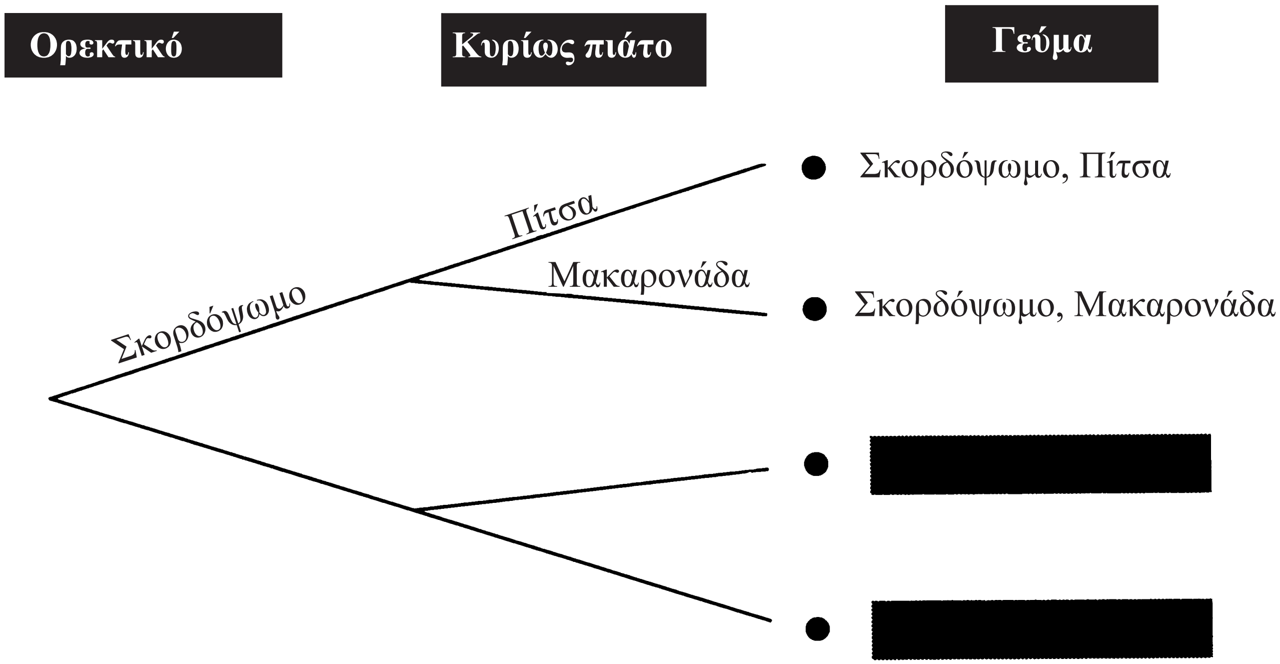
1. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό τον πίνακα, για να παρουσιάσεις τα τέσσερα διαφορετικά γεύματα που ο Νίκος μπορεί να διαλέξει.

	Για αρχή	Κυρίως πιάτο
1	Σκορδόψωμο	Πίτσα
2	Σκορδόψωμο	
3		
4		



Τα διαφορετικά γεύματα μπορούν να παρουσιαστούν σε ένα δενδρόγραμμα.

2. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό το δενδρόγραμμα.



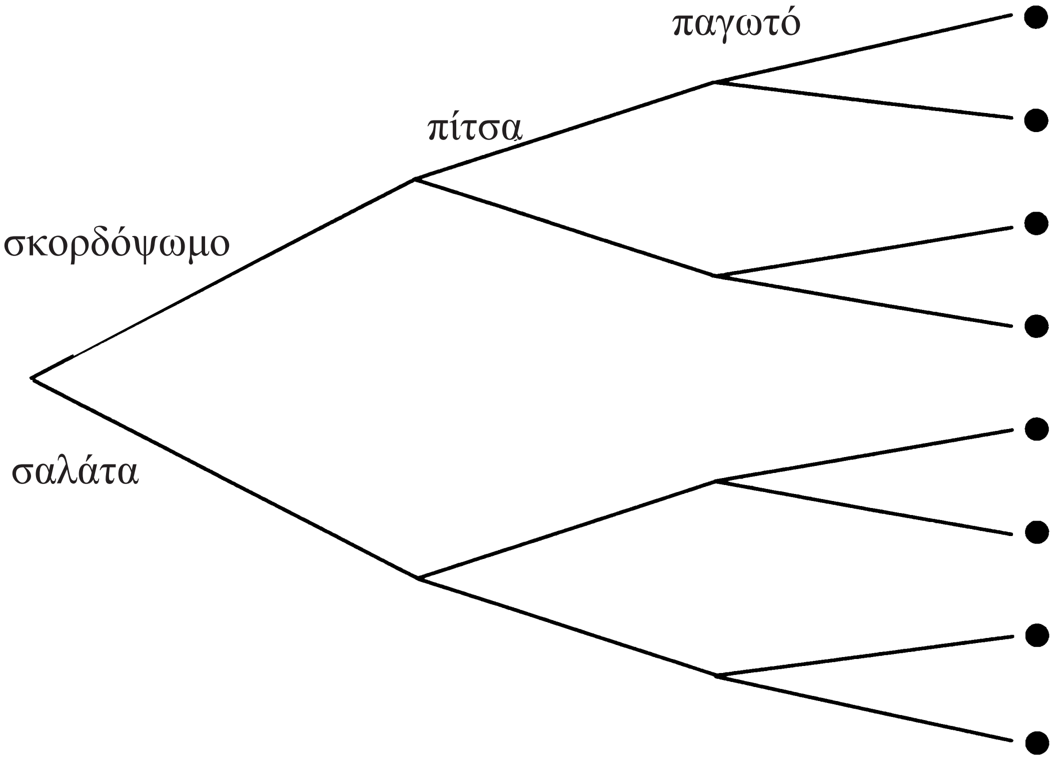
Αυτό το διάγραμμα παρουσιάζει τα τέσσερα διαφορετικά γεύματα, από τα οποία μπορεί να διαλέξει ένα ο Νίκος.

Smile **2319**

Η Έλενα αποφάσισε να πάρει το ΠΙΑΤΟ ΗΜΕΡΑΣ.

3. Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις αυτό το δενδρόγραμμα.

Ορεκτικό **Κυρίως πιάτο** **Επιδόρπιο** **Γεύμα**



Ο παράδεισος της πίτσας
Σπέσιαλ Γεύμα

4. Από πόσα διαφορετικά γεύματα μπορεί να διαλέξει η Έλενα;

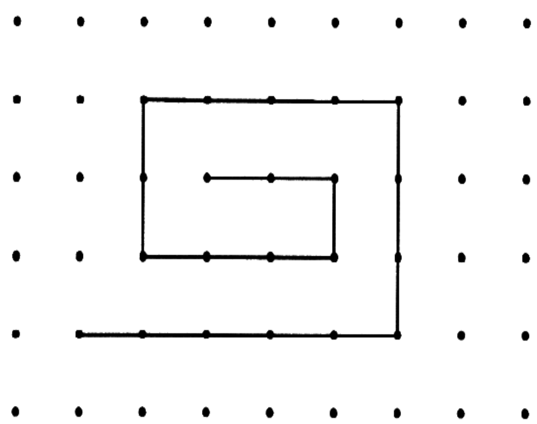
5. (α) Να κατασκευάσεις ένα δενδρόγραμμα στο οποίο θα παρουσιάζονται οι παρακάτω επιλογές.

(β) Πόσα διαφορετικά γεύματα υπάρχουν;

Σπειροειδή σχέδια

Θα χρειαστείς τετραγωνισμένο χαρτί με τελείες.

1. (α) Να αντιγράψεις αυτή τη σπείρα σε τετραγωνισμένο χαρτί με τελείες.



(β) Να μετρήσεις και να καταγράψεις τις τελείες στην κάθε γραμμή.

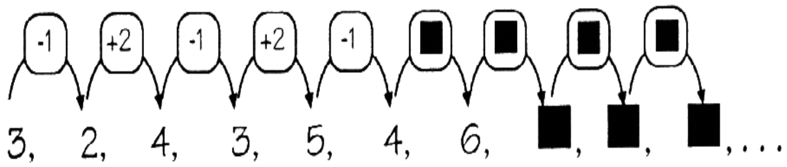
Ο αριθμός από τελείες σε κάθε γραμμή σχηματίζει αυτή την ακολουθία:

3, 2, 4, 3, 5, 4, 6,...

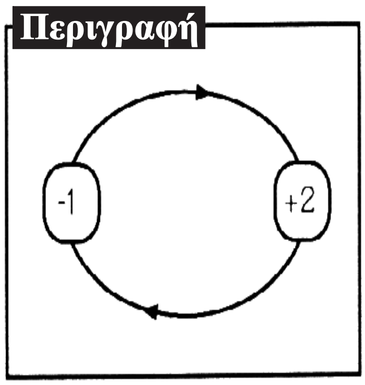
(γ) Να προβλέψεις τους επόμενους τρεις όρους της ακολουθίας και να κάνεις τον έλεγχο:

3, 2, 4, 3, 5, 4, 6, ■, ■, ■,...

2. Να αντιγράψεις και να προσθέσεις τις τιμές που λείπουν.



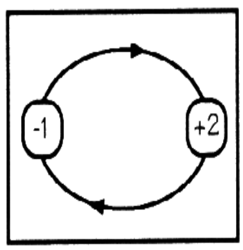
Μπορείς να περιγράψεις τον κανόνα που συνδέει τους αριθμούς, όπως παρακάτω:



Έτσι, αυτή η ακολουθία

3, 2, 4, 3, 5, 4, 6, ...

ταιριάζει με αυτή την περιγραφή



3. Να αντιστοιχίσεις αυτές τις ακολουθίες με τις περιγραφές τους.

Ακολουθίες

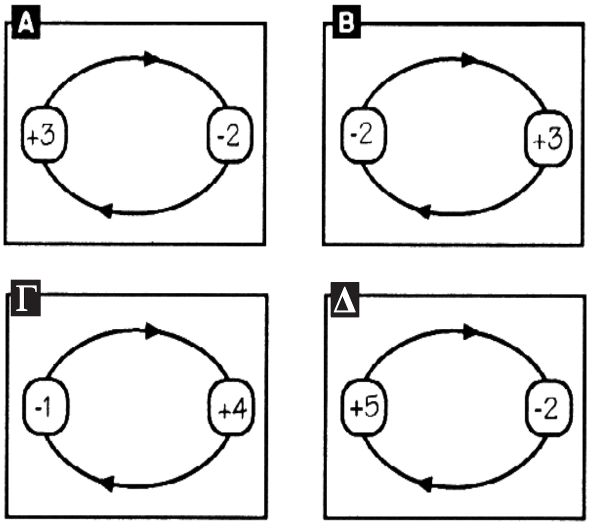
(i) 5, 3, 6, 4, 7, 5, 8, 6, 9, . . .

(ii) 4, 7, 5, 8, 6, 9, 7, 10, 8, . . .

(iii) 5, 10, 8, 13, 11, 16, 14, 19, 17, . . .

(iv) 3, 2, 6, 5, 9, 8, 12, 11, 15, . . .

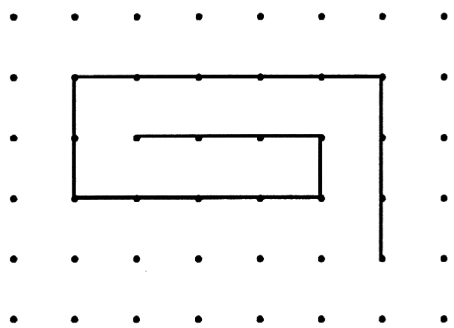
Περιγραφές



4. Να σχεδιάσεις τη σπείρα για κάθε ζεύγος.

Smile **2320**

5. Να βρεις την ακολουθία αριθμών και την περιγραφή για αυτή τη σπείρα.



Smile **2321**

Το παιχνίδι της άλγεβρας

Ένα παιχνίδι για 2 μέχρι 4 παίκτες.

Θα χρειαστείτε ένα ζάρι και κάθε παίκτης θα χρειαστεί ένα πούλι και ένα αντίγραφο από το φύλλο εργασίας **2321α**.

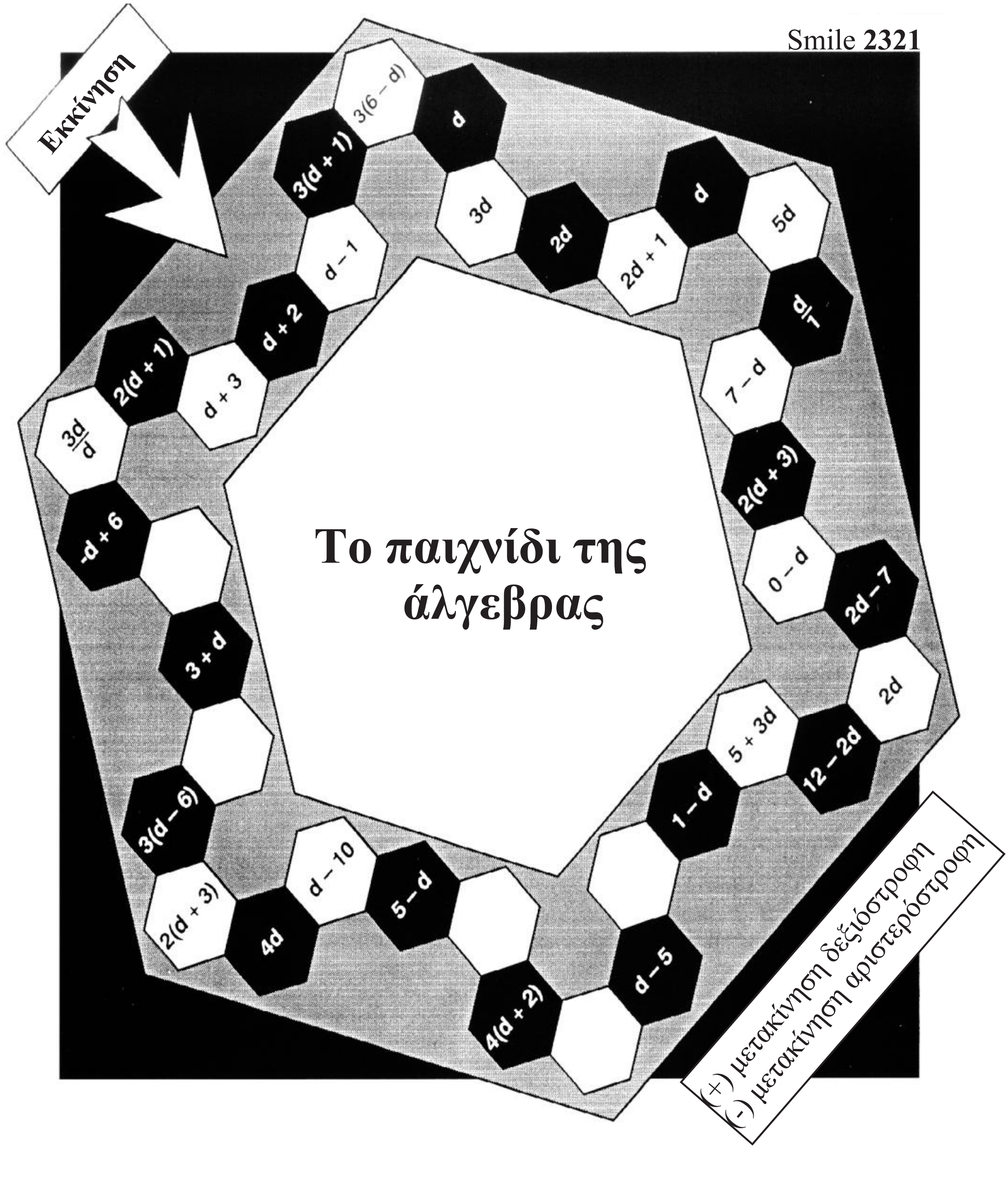
Κανόνες Θα παίξετε με τη σειρά.

* Να ρίξεις το ζάρι
* Να αντικαταστήσεις το d στην εξίσωση που βρίσκεται το πούλι που έχεις με τον αριθμό της ζαριάς που έφερες.
* Να μετακινηθείς τόσα εξάγωνα όσα δείχνει η τιμή της παράστασης μετά την αντικατάστασή του d από τον αριθμό της ζαριάς σου.
  (+) δεξιόστροφη μετακίνηση
  (-) αριστερόστροφη μετακίνηση
* Να καταγράψεις τις κινήσεις σου στο φύλλο εργασίας.

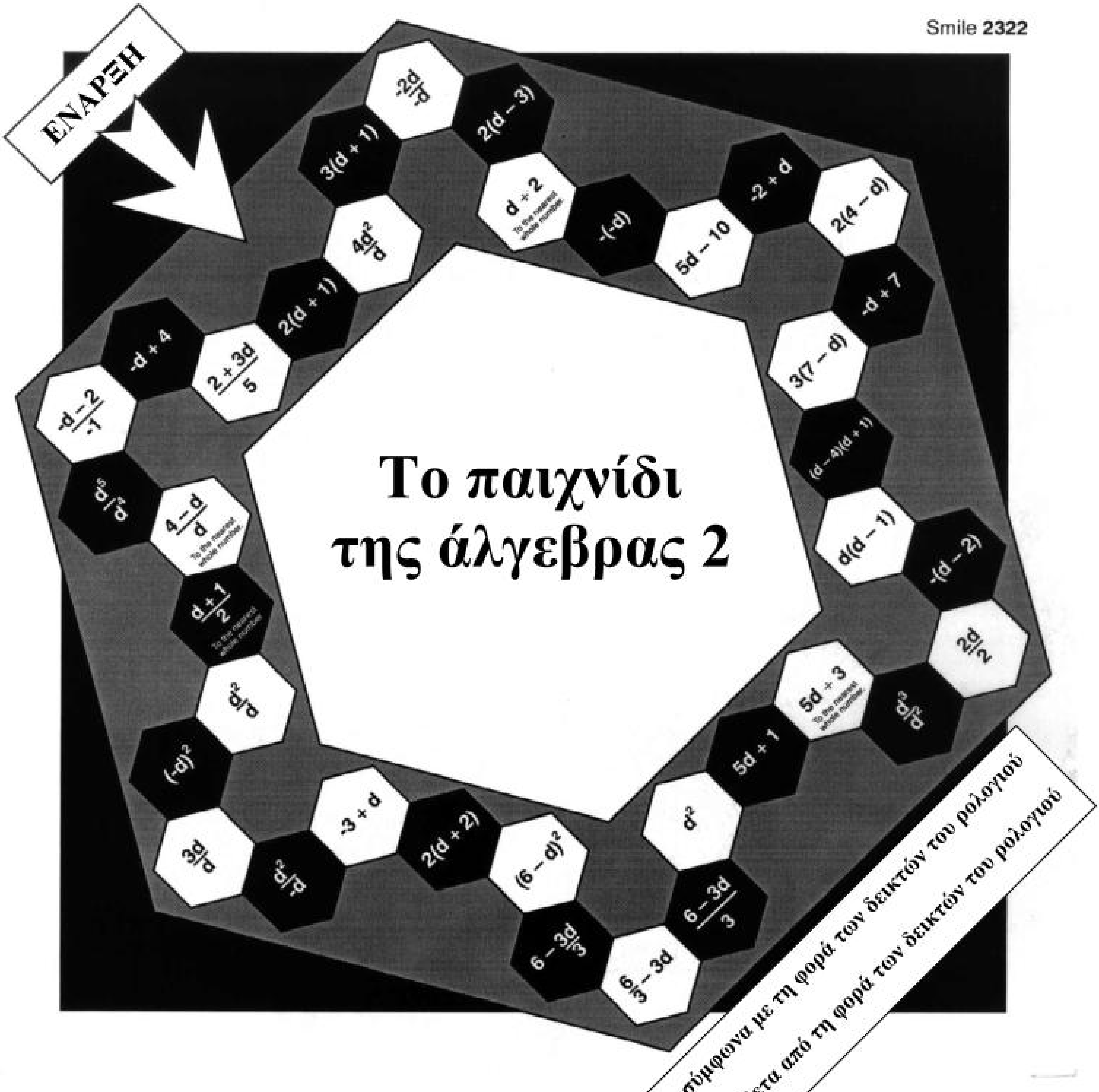
Να συνεχίσεις μέχρι να συμπληρώσεις το φύλλο εργασίας.

Νικητής είναι αυτός που θα συγκεντρώσει τους περισσότερους βαθμούς.

Smile **2321**


Εκκίνηση
3(6 – d)
d
3(d + 1)
3d
2d
d
2d + 1
5d
d – 1
d + 2
d/1
2(d + 1)
d + 3
7 – d
3d/d
2(d + 3)
-d + 6
Το παιχνίδι της άλγεβρας
0 – d
2d – 7
3 + d
2d
5 + 3d
12 – 2d
1 – d
3(d – 6)
d – 10
5 – d
2(d + 3)
4d
d – 5
4(d + 2)
(+) μετακίνηση δεξιόστροφη
(-) μετακίνηση αριστερόστροφη

Smile 2322


ΕΝΑΡΞΗ
Το παιχνίδι της άλγεβρας 2
(+) σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού
(-) αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού

Smile **2322**

Το παιχνίδι της άλγεβρας 2

Ένα παιχνίδι για 2 με 4 παίκτες.

Θα χρειαστείς ένα ζάρι και κάθε παίκτης θα χρειαστεί ένα πούλι και ένα αντίγραφο από το φύλλο εργασίας 2321α.

Κανόνες Να παίξετε με τη σειρά.

- Ρίξε το ζάρι.
- Αντικατέστησε, με τον αριθμό που εμφανίζεται πάνω στο ζάρι, το d στην παράσταση στην οποία βρίσκεται το πούλι σου.
- Μετακινήσου τόσα εξάγωνα όσα δείχνει η τιμή της παράστασης.

(+) σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού

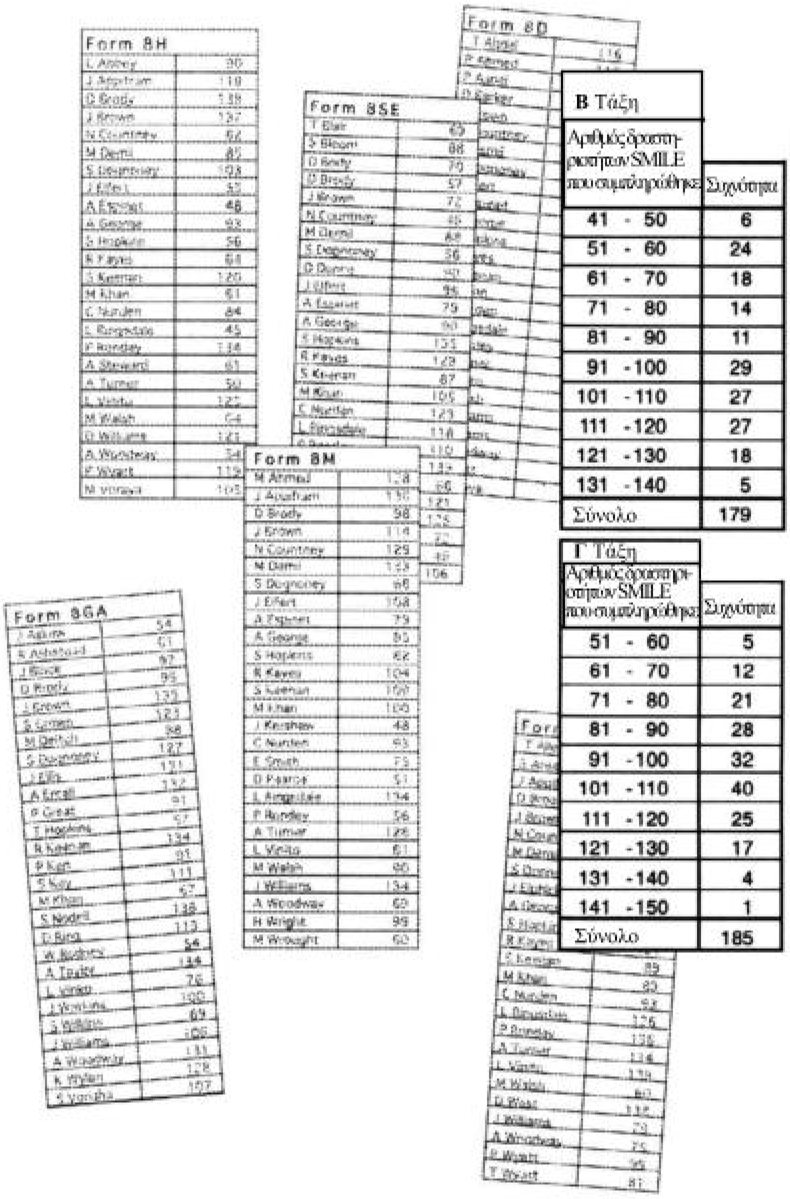
(-) αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού

- Κατέγραψε τις κινήσεις σου στο φύλλο εργασίας.

Να επιλέξεις ως σκορ-στόχο το 200, 300, …
Ο παίκτης που θα φτάσει πρώτος στο σκορ-στόχο θα είναι ο νικητής.

Smile **2325**

Ομαδοποίηση δεδομένων



Β Τάξη

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που συμπληρώθηκε	Συχνότητα
41 - 50	6
51 - 60	24
61 - 70	18
71 - 80	14
81 - 90	11
91 - 100	29
101 - 110	27
111 - 120	27
121 - 130	18
131 - 140	5
Σύνολο	179

Γ Τάξη

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που συμπληρώθηκε	Συχνότητα
51 - 60	5
61 - 70	12
71 - 80	21
81 - 90	28
91 - 100	32
101 - 110	40
111 - 120	25
121 - 130	17
131 - 140	4
141 - 150	1
Σύνολο	185

Smile **2325**

ΜΕΣΟΣ

Μόνο κατά προσέγγιση είναι πιθανό να υπολογίσουμε τη μέση τιμή ενός συνόλου ομαδοποιημένων δεδομένων. Η συγκεκριμένη εκτίμηση βασίζεται στις μέσες τιμές της κάθε ομάδας.

Ο διπλανός πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν από 179 μαθητές στη Β' τάξη φοίτησής τους στο Γυμνάσιο, χωρισμένο σε ομάδες των 10 δραστηριοτήτων.

Αριθμός δραστηριοτήτων SMILE που συμπληρώθηκαν	Συχνότητα
41 - 50	6
51 - 60	24
61 - 70	18
71 - 80	14
81 - 90	11
91 - 100	29
101 - 110	27
111 - 120	27
121 - 130	18
131 - 140	5
Σύνολο	179

1. α) Να αντιγράψεις τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσεις τις στήλες "Μέση τιμή" και "Μέση τιμή x συχνότητα".

Για να βρούμε τη μέση τιμή προσθέτουμε το αρχικό και τελικό σημείο και διαιρούμε με το 2.

Αριθμός συμπληρωμένων δραστηριοτήτων SMILE	Μέση τιμή	Συχνότητα	Μέση τιμή x συχνότητα
41 - 50	45,5	6	273
51 - 60	55,5	24	1332
61 - 70	65,5	18	
71 - 80		14	
81 - 90		11	
91 - 100		29	
101 - 110		27	
111 - 120		27	
121 - 130		18	
131 - 140		5	
Σύνολο		179	

Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέσο (μέση τιμή), αν διαιρέσουμε το άθροισμα των γινομένων "Μέση τιμή x συχνότητα" με το άθροισμα των τιμών της "συχνότητας".

β) Να υπολογίσεις κατά προσέγγιση το μέσο όρο των δραστηριοτήτων SMILE που έχουν ολοκληρωθεί και έχουν καταχωρηθεί σε ομάδες των 10 δραστηριοτήτων.

$\frac{\blacksquare}{\blacksquare} = \blacksquare$

Στο διπλανό πίνακα δίνονται τα ίδια στοιχεία, αλλά αυτή τη φορά είναι καταχωρημένα σε ομάδες των 20 δραστηριοτήτων.

Αριθμός συμπληρωμένων δραστηριοτήτων SMILE	Συχνότητα
41 - 60	30
61 - 80	32
81 - 100	40
101 - 120	54
121 - 140	23
σύνολο	179

γ) Να αντιγράψεις και να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός συμπληρωμένων δραστηριοτήτων SMILE	Μέση τιμή	Συχνότητα	Μέση τιμή x συχνότητα
41 - 60	50,5	30	1515
61 - 80	70,5	32	
81 - 100			

δ) Να υπολογίσεις, κατά προσέγγιση, το μέσο όρο των δραστηριοτήτων που έχουν ολοκληρωθεί.

ε) Μπορείς να εξηγήσεις γιατί είναι διαφορετικές οι απαντήσεις στις ερωτήσεις β) και δ);

Επικρατούσα ομάδα

Δεν είναι δυνατό να βρούμε την επικρατούσα τιμή ενός συνόλου ομαδοποιημένων δεδομένων, καθώς τα ατομικά δεδομένα δεν είναι διαθέσιμα.

Αυτό που μπορούμε να δώσουμε είναι η **επικρατούσα ομάδα**.

Η επικρατούσα ομάδα για το σύνολο των δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν στη Β' τάξη Γυμνασίου, όταν αυτές καταχωρήθηκαν σε δεκάδες, είναι η ομάδα **91 - 100** γιατί παρουσιάζει τη μεγαλύτερη συχνότητα.

Αριθμός συμπληρωμένων δραστηριοτήτων SMILE	Συχνότητα
41 - 50	6
51 - 60	24
61 - 70	18
71 - 80	14
81 - 90	11
91 - 100	29
101 - 110	27
111 - 120	27
121 - 130	18
131 - 140	5
Σύνολο	179

2. Ποια είναι η επικρατούσα ομάδα για το σύνολο των δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν στη Β' τάξη, όταν αυτές καταχωρούνται σε ομάδες των είκοσι;

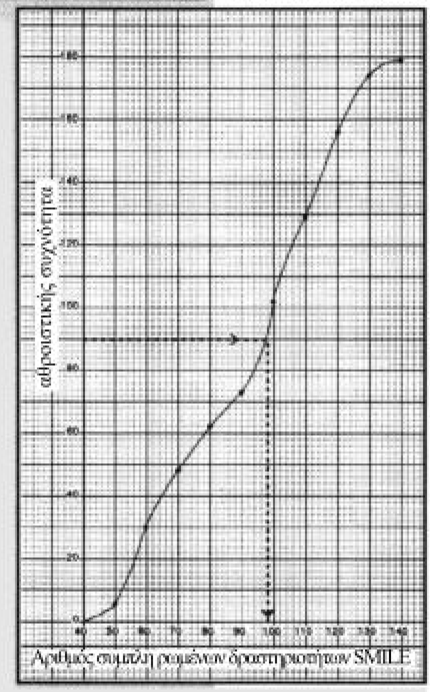
Smile **2325**

ΔΙΑΜΕΣΟΣ

Δεν είναι δυνατό να βρούμε την ακριβή διάμεσο ενός συνόλου ομαδοποιημένων στοιχείων, αλλά είναι εφικτό να υπολογίσουμε τη διάμεσο σχεδιάζοντας την καμπύλη αθροιστικής συχνότητας.

Η γραφική παράσταση της αθροιστικής συχνότητας προκύπτει με την αντιστοίχιση κάθε τιμής στον αριθμό που εκφράζει το δεξί άκρο του εκάστοτε διαστήματος.

Αριθμός συμπληρωμένων δραστηριοτήτων SMILE	Συχνότητα	Αθροιστική συχνότητα
41 - 50	6	6
51 - 60	24	30
61 - 70	18	48
71 - 80	14	62
81 - 90	11	73
91 - 100	29	102
101 - 110	27	129
111 - 120	27	156
121 - 130	18	174
131 - 140	5	179
Σύνολο		179



Η **διάμεσος** των δραστηριοτήτων θα έχει ολοκληρωθεί από τον ενενηκοστό μαθητή.

Με βάση την καμπύλη της αθροιστικής συχνότητας μπορούμε να πούμε ότι η τιμή της διαμέσου **κατά προσέγγιση** είναι 98.

3. α) Να συμπληρώσεις τον πίνακα της αθροιστικής συχνότητας και να ολοκληρώσεις τη γραφική παράσταση για τον αριθμό των δραστηριοτήτων SMILE που έχουν ολοκληρωθεί στη Β' τάξη του Γυμνασίου και έχουν καταχωρηθεί σε ομάδες των 20.

β) Είναι η διάμεσος των δραστηριοτήτων SMILE που υπολογίσαμε κατά προσέγγιση η ίδια, όταν τα δεδομένα καταχωρούνται σε ομάδες των 20;

9ο έτος

Smile **2325**

4. Το παρακάτω σύνολο ομαδοποιημένων δεδομένων παρουσιάζει τα σύνολα των δραστηριοτήτων SMILE που ολοκληρώθηκαν από 185 μαθητές της Γ' τάξης του Γυμνασίου:

Αριθμός δραστηριοτήτων που συμπληρώθηκαν	Συχνότητα
51 - 60	5
61 - 70	12
71 - 80	21
81 - 90	28
91 - 100	32
101 - 110	40
111 - 120	25
121 - 130	17
131 - 140	4
141 - 150	1
Σύνολο	185

α) Να υπολογίσεις κατά προσέγγιση τη μέση τιμή.

β) Να βρεις την επικρατούσα ομάδα.

γ) Να σχεδιάσεις την καμπύλη αθροιστικής συχνότητας και να υπολογίσεις κατά προσέγγιση τη διάμεσο.

5. Με βάση τα αποτελέσματα που έχεις, να συγκρίνεις το σύνολο των δραστηριοτήτων SMILE που συμπλήρωσαν οι μαθητές της Β' και Γ' τάξης του Γυμνασίου.